

غایع

زیباترین مثلث ها در تیمايوس افلاطون کوششی نافرجام برای یک تبیین ریاضی کامیاب از طبیعت

دکتر محمد رضا حسینی بشتی
چکیده:

از زمان نگارش رساله تیمايوس افلاطون تا کنون، این اثر از جهات گوناگون همواره مورد توجه مفسران و عالمان قرار گرفته و تحلیل های فراوانی را برانگیخته است. یکی از جالب ترین مباحث این رساله چگونگی تبیین پیدایش عناصر چهارگانه و اجسام پنجگانه از جانب افلاطون و تلاش او برای نشان دادن نحوه تبدیل این عناصر به یکدیگر است. افلاطون با طرح مثلث های بنیادین اولیه، که آنها را «زیباترین مثلث ها» نامیده است، مسی کوشد تا نظریه ای ارائه دهد که هم بد پرسش های طبیعت شناسان پیش از خود پاسخ دهد و هم از کاستی های آرای آنان بدور باشد. اما خود پاسخ افلاطون نیز به عنوان یک تبیین ریاضی هندسی از طبیعت با مشکلاتی روپرور است. مقاله حاضر در بیان پیوند میان مثل و طبیعت شناسی افلاطون مطرح گردیده است.

می‌رود که هریک از این عناصر از گردآمدن آنها شکل می‌گیرند. این مثلث‌ها که دو بعدی و در نتیجه نااحسوس هستند با زوایای معینی کنار هم قرار گیرند و با پیدایش بعد سوم قدم به وادی مدرکات به حس می‌گذارند، هرچند خردی بیش از حدشان موجب می‌شود که نتوانیم آنها را مشاهده کنیم.^۲ این مثلث‌ها نیز به نوبه خود از جانب افلاطون «زیباترین مثلث‌ها» (καλλιστα τριγωνα) خوانده می‌شود.

او با طرح عناصر اربعه برای اجسام طبیعی محسوس که در معرض صیروت‌اند در مسیر همان سنتی قرار می‌گیرد که پیش از او فیلسوفان طبیعت‌شناس (فیزیولوگوی

۱- یا به تعبیر افلاطون καλλιστα σοματα (ر.ک. تیمایوس ۵۳c). البته او در جای دیگر بجای کلمه اجسام کلمه عناصر (στοιχεια) را به کار می‌برد (ر.ک. تیمایوس ۵۵b).

۲- افلاطون در رساله قوانین یا نسوموی (۸۹۴الف-۵-۲) اشاره می‌کند که اشیاء مادام که دارای دو بعد هستند نااحسوسند و تنها هنگامی به رویت در می‌آیند که بعد سومی پیدا کنند.

«زیباترین» مثلث‌ها در تیمایوس افلاطون کوششی نافرجام برای یک تبیین ریاضی کامیاب از طبیعت؟

"... η δε ορθη της επιπεδου βασεως εκ τριγωνων σπνεσπηκεν. Τα δε τριγωνα παντα εκ δυοιν αρχεται τριγωνοιν, μιαν μεν ορθην εχνοντος εκατερον γωνιαν, τα δε οξειας. ων το μεν ετερον εκατερωθεν εχει μερος γωνιας ορθης πλευρας ισαις διηρημενης, το δετερον ανδοι ανισα μερη νενεμημηρητας."

اما سطوح مستوی از مثلث‌هایی تشکیل شده است. بازگشت تمامی این مثلث‌ها به دو مثلث است که هریک زاویه‌ای راست دارد و سایر زوایایشان تند است. یکی از آنها در هر دو جانب نیمی از زاویه راست را دارد که به تساوی میان آنها تقسیم شده است. دیگری دارای اجزاء نامساوی یک زاویه راست است که به دو جانب بگوشه‌ای نامساوی تقسیم شده است. (d و e ۵۳c)

افلاطون در رساله تیمایوس، پس از آن که عناصر اربعه خاک، هوا و آتش و آب را به عنوان اجسامی بر می‌شمرد که تمامی اجسام دیگر از اینها برساخته شده‌اند و آنها را زیباترین اجسام^۱ می‌نامد به سراغ تبیین چگونگی تشکیل این اجسام از مثلث‌های بنیادین

شکوهمند معرفتی فیثاغوری با رسیدن به اعداد اصم، هنوز هم از جاذبه‌ای بی‌مانند برخوردار بود.^۱

حال چنین بنظر می‌رسد که افلاطون با طرح

۱- طرح معضل اعداد اصم نظیر ۷/۲ که به یکی از شاگردان مکتب فیثاغوری یعنی به هیپاسوس (Hippasos) نسبت داده می‌شود برای نظام اندیشهٔ فیثاغوری، که تمامی عالم را متقارن می‌دید و قابل اندازه‌گیری با واحد اعداد طبیعی، آنچنان مهملک و دردنگ بود که برخی گرفتار آمدن او به طوفان در کشتی و غرق شدنش در دریا را به طرح این معضل یا دست کم بر ملا ساختن این راز خدایان و مكافات این گستاخی نابخشودنی باز می‌گردانند (ر.ک. به قطعات پیش سقراطیان ۱8,4). نباید این نکته را از خاطر دور بداریم که جهان‌شناسی افلاطون در این رساله از زبان تیمایوس بیان می‌شود که فیثاغوری و مورد احترام اطراف این گفتگو است بگونه‌ای که پس از اندک صحاحاتی از این رساله دیگر به تنها‌ی سخن می‌گوید و افلاطون در بیان این آراء حتی از شکل ظاهری محاوره نیز صرف نظر می‌کند.

Mansfeld,J.: Die Vorsokratiker.

ر.ک. به: Vol. I, II. Stuttgart 1986.

Kirk, G.S.& Raven,J.G.: The Presocratic Philosophers. London/New York 1957.

(*ψυστικούς*) پایه گذارده بودند. امپدوکلس با بهره گرفتن از اندیشه‌های تالس، آناکسیمنس و هراکلیتوس برای پاسخ دادن به پرسش از آرخه (*αρχή*) یا «از کجا بی» اشیاء، چهار ریشه (ریستوماتا *ριζούς*) خاک، آب، هوا و آتش را به عنوان عنصر برگزید که بواسطه دو نیروی مهر (وفاق) (*φίλια*) و کین (شقاق) (*Neikos*) در کنار هم قرار می‌گیرند یا از هم فاصله می‌گیرند و بدین ترتیب اشیاء پدید می‌آیند (گنسیس *γενέσις*) و از میان می‌روند (فтуرا *φθορά*). دموکریتوس آبدرایی که از پیروان نظریه انتیستی لوکیویس بود قائل به وجود اجسامی تقسیم ناپذیر (آتمون *ατόμοι*) و خرد شده بود که بواسطه، شکل، اندازه و همچنین ترتیب قرار گرفتن متفاوت‌شان در کنار یکدیگر اجسام حسوس را پدید می‌آورند، بی‌آنکه به تبیین شکل این اتمها و چگونگی پدید آمدن اجسام از این ذرات خرد پیردادز. کشف بزرگ و هیجان‌برانگیز وجود تقارن‌ها (سومتریا *συμμετρία*) و وجود هماهنگی (هارمونیا *αρμονία*) در تمامی اجسام و حق در میان افلاک و امکان تبیین کل عالم با تکیه بر عدد و نسبت‌های عددی، برغم فرو ریختن نظام

اما برخلاف مشکل فیثاغوریان در بدست آوردن این اعداد در علم حساب، ترسیم خطوطی با چنین اندازه‌هایی در هندسه کاملاً مقدور است و افلاطون در نخستین گام با هندسی کردن مسئله از گرفتار آمدن به تبعات آن در علم حساب رها می‌شود.

افلاطون سپس از این مثلث‌های بنیادین سطوح بزرگتری را برمی‌سازد. نخستین این سطوح مربعی است که از کنار هم قرار گرفتن چهار مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الاضلاع تشکیل شده (شکل دو) و دوم، مثلث متساوی

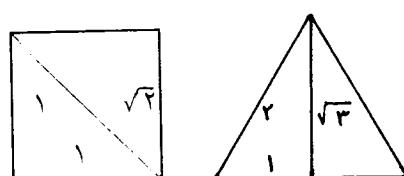
۱- جسم یا عنصر کره پنجم همان دوازده وجهی منتظم و نزدیکترین شکل به شکل ایدئال است که دمیورگ آن را برای کل عالم در نظر گرفته است (ر.ک. تیماوس b ۵۵) و آسمان را به دوازده فضا، احتمالاً برای دوازده صورت فلکی، تقسیم می‌کند.

۲- بنابر نظریه خانم زاکس Sachs چند وجهی‌های منتظم پیش از افلاطون از جانب ثائیتوس Theaetetus مطرح شده و در آکادمی افلاطون مورد بحث بوده است. ر.ک. به:

Sachs/E.: Die fünf platonischen Körper.
Zur Geschichte der Mathematik und der
Elementenlehre und Platons und der
Pythagoreer.

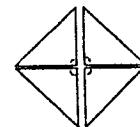
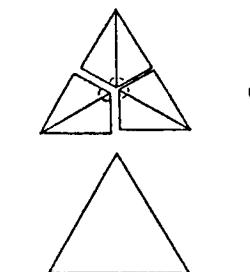
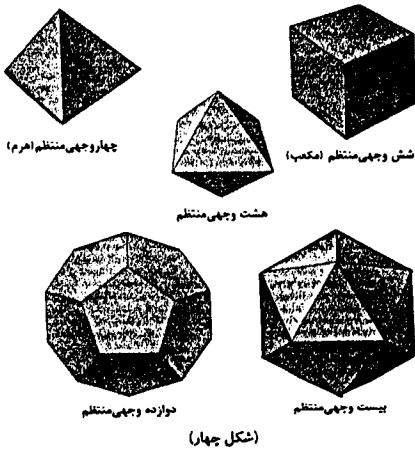
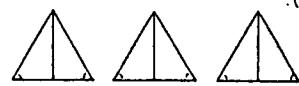
اجسام یا عناصر چهارگانه (بلکه پنجگانه)^۱ و همچنین مثلث‌های بنیادین می‌کوشند تا با تبیینی نو، آرای این پیشینیان را تحت نظامی درآورد که از مزایای آنها تبیین برخوردار و از کاستی‌هایشان بدور باشد. او در پی آنست که علاوه بر تعیین شکل این مثلث‌ها به عنوان عناصری بنیادی‌تر از عناصر مرئی، برای چگونگی پیدایش آنها و تبدیل شان به یکدیگر نیز تبیین قانع‌کننده بدست بدهد.

همانگونه که در رساله تیماوس می‌خوانیم (۵۳) عناصر، اجسامی منتظم و چند وجهی مثلث‌هایی تشکیل شده که بازگشت این مثلث‌ها بنوبه خود به دو مثلث بنیادین است: یکی مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الاضلاع و دیگری مثلث قائم‌الزاویه مختلف‌الاضلاع (شکل ۱).



در هریک از این دو مثلث بنیادین هرچند اندازه یکی از اضلاع باز هم عدد طبیعی نیست

الاضلاعی است که از کنار هم قرار گرفتن شش مثلث قائم الزاویه مختلف الاضلاع شکل گرفته است (شکل سه).



افلاطون با نسبت دادن خصوصیات فیزیکی به اجسام چهار گانه نخست هریک از آنها را به یک عنصر اختصاص می‌دهد و می‌کوشد تا به مدد ویژگی‌های شکل این اجسام برای این کار خود توجیهی نیز بدست بدهد. او مکعب را به خاک اختصاص می‌دهد «ذیرا خاک از میان اجسام چهار گانه از همه

بدین ترتیب افلاطون می‌تواند گام بعدی، یعنی شکل دهی به چند وجهی‌های منتظم خود را بردارد. او با در نظر گرفتن وجود ممکن برای شکل دادن به آنها به حصر عقلی به چند وجهی‌های منتظم زیر می‌رسد (شکل چهار):

شکل چهارم یعنی خاک که از کنار هم قرار گرفتن شش مربع بر ساخته شده از دو مثلث متساوی الاضلاع قائم الزاویه بوجود آمده، از چرخه تبدیل عناصر به یکدیگر بیرون می‌افتد

(۵۴۰).^۱

حال این معما بعد مطرح است که اولاً: چرا افلاطون دو مثلث بنیادین (شکل یک) را بر می‌گزیند؟ و ثانیاً: چرا دست به ساختن مثلث متساوی الاضلاع (شکل دو) و مربع (شکل سه) به ترتیب از شش و چهار مثلث بنیادین اولیه می‌زند؟

اهمیت این پرسش‌ها از این جهت است که بر اساس بینش وحدت‌گرای افلاطون باید ایدئال وی این بوده باشد که بتواند شکل عناصر را به مثلث واحدی برگرداند و با این مثلث واحد هم تمامی عناصر را بر سازد و هم تبدیل آنها به یکدیگر را تبیین کند. اما با توجه به نتایج نهایی این تبیین، افلاطون تنها در بر ساختن سه عنصر از مثلث نوع اول موفق می‌شود و برایش تبیین چگونگی تبدیل این سه

۱- برای تفصیل بیشتر ر.ک. به Vlastos. G.: Plato's Universe. Oxford, Oxford University Press 1975.

بی‌حرکت‌تر و شکل پذیرتر است» و در نتیجه باید جسم آن «بر پایه و قاعدة استوارتری قرار گرفته باشد» و از میان چند وجهی‌های منظم آنکه ۱۲۳۴ قاعده‌اش مربع است دارای این خصوصیت است (۵۵۰).^۱

از میان اشکال باقیمانده، که از مثلث‌های متساوی الاضلاع بر ساخته شده‌اند، سنتگین ترین آنها را به آب «(بیست وجهی) نسبت می‌دهد که بزرگ‌ترین آنها نیز هست و «سبکترین شان» (یعنی هرم) «را به آتش»، که سبکترین، متحرک‌ترین، تیزترین و در حرکت چالاکترین آنهاست و «میانگین شان» (هشت وجهی) «را به هوا» (۵۶۰).^۱

علاوه بر این، بخوبی آشکار است که می‌توان سه جسم عنصری نخست یعنی آب، هوا و آتش را به مثلث‌های تشکیل دهنده‌شان تجزیه کرد و با چینش جدیدی از آنها به عنصر دیگر رسید و افلاطون چگونگی این تجزیه و ترکیب مجدد را نیز در برگزیدن هریک از این اجسام برای عناصر مدنظر دارد (۵۶۰). به این ترتیب افلاطون هم به تبیین برای شکل این سه عنصر می‌رسد و هم می‌تواند چگونگی تبدیل آنها به یکدیگر را توضیح بدهد. هر چند بر اساس این تبیین، جسم عنصری مکعب

بنابراین، چنین بنظر می‌رسد که نظریه زاکس در اینباره از توجیه بیشتری برخودار باشد و به رغم کوشش بلیغ افلاطون و نظریه پردازی هوشنگانه‌اش در توضیح چگونگی پیدایش عناصر و پدیده تبدیل هر چهار عنصر به یکدیگر که مورد قبول است، این تبیین ناکام مانده باشد.

ناخرسندی افلاطون از این تبیین را می‌توان در چند واقعیت بازیافت:

نخست آنکه افلاطون برغم ادامه بحث خود

- ۱- ر.ک. به E.Sachs. همان. ص ۲۳-۲۳۲
- ۲- ر.ک. به F.M.P.: Plato's Cosmology. London 1937, pp. 21-4ff, 231-239.

و همچنین به: Taylor, A.E.: A Commentary to Plato's Timaeus. Oxford 1928.

در فاصله به نسبت طولانی نگارش اولیه این مقاله و انتشار آن، کتاب کیهان‌شناسی افلاطون اثر موسی اکرمی به زبان فارسی منتشر شده که نگارنده آن با بهره‌گرفتن از آثار ولاستوس Vlastos و کرنفرد Cornford به شرح تیمایوس پرداخته و بدین ترتیب امکان خوبی برای آشنایی دقیق‌تر با این تحلیل برای خواننده فارسی زبان فراهم آمده است.

عنصر به یکدیگر مقدور می‌گردد در حالیکه این نتیجه بدون فرض مثلث‌های بنیادی تر (شکل دو و سه) نیز ممکن است و با فرض آنها گرهی از کار او گشوده نمی‌شود.

از دیدگاه خانم ا.زاکس E.Sachs افلاطون در آغاز کوشش کرده است تا با فرض مثلث واحدی، هم به شکل تمامی عناصر و هم به چگونگی تبدیل شدن آنها به یکدیگر دست یابد و پس از ناکامی در این کار کوشیده است تا با فرض دو مثلث، که هریک بنوبه خود به مثلث‌های بنیادی تری تحويل می‌شوند، به همان نتیجه برسد و باز هم ناکام می‌ماند. بنابراین، آنچه در تیمایوس پیش روی داریم گزارشی از این کوشش ناموفق است!

کرنفرد دلیل برگزیده شدن این مثلث‌های بنیادین را قابلیت بهتر آنها برای پدید آوردن عناصر در ابعاد بزرگتر می‌داند بگونه‌ای که فواصل نسبتی میان اندازه‌های آنان کمتر باشد^۲. هرچند این سخن کرنفرد در صورق موجه است که افلاطون درباره اندازه اجسام و نسبت میان ابعاد آنها و آنچه می‌تواند بچشم بیاید سخن گفته بود، در حالیکه در هیچ جای آثار افلاطون اشاره‌ای به این مطلب نشده است.

ایکوتا لوگون (*κοτα τον εικοτα λογον*) را دارد (۵۵b) که بار دیگر حاکی از تلقی او از تلاشی است که در تیایوس برای تبیین عالم بعمل آورده است. همچنین در پذیرفتن مثلث‌ها به عنوان «عناصر اصلی» برای خاک، هوا و آتش این سخن را حقیقت مطلق نمی‌داند بلکه در این زمینه اصل وجود حقیقت بنیادی‌تر و امکان رسیدن به آن را نقی نمی‌کند و می‌گوید: عناصر اصلی‌تر را فقط خداوند می‌شناسد و آنان که خداوند دوستشان می‌دارد» (۵۳d). مبنای این تلقی افلاطون بر تفاوتی است که در زبان یونانی میان معنای واژه «موتوس *μυθος*» و «لوگوس *λογος*» وجود دارد. بلحاظ واژه‌شناسی هر دوی این واژه‌ها به معنای «سخن» و «حکایت» است، با این تفاوت که موتوس حکایقی است که تنها متعلق باور است و در آن چونی و چرایی و حساب خواستن و حساب پس دادن راه ندارد در حالی که در لوگوس، حق بلحاظ واژه، معنای حساب خواستن و حساب پس دادن نیز نهفته است.^۱

۱- در این باره ر.ک. به مدخل‌های Logos و Mythos در واژه‌نامه فلسفی تاریخی ریتر: Ritter, J.& Gruender, K.: Historisches

پیرامون چگونگی پیدایش عالم، موجودات گوناگون آن، موجودات زنده و حقیقت شکل و کارکرد برخی اندام‌های آنها رساله تیایوس را قطع می‌کند و سیاق کلام او نشان می‌دهد که این بحث را ناتمام گذاشته است.

دوم تعابیری است که او درباره این حکایت خود از ماجراهای پیدایش عالم بکار می‌برد. افلاطون از یکسو در تیایوس با تکیه بر نظریه‌اش پیرامون دو ساختی بودن وجود می‌آموزد که هر سخن با آنچه این سخن بیانگر آنست قرابت دارد. این بدان معناست که سخن حقیق را تنها درباره موجودات تغییرناپذیر، یعنی درباره ایده‌ها، می‌توان گفت و درباره واقعیت جسمانی و طبیعی تنها بگونه‌ای می‌توان سخن گفت که هرچند بیانگر حقیقت اشیاء آنگونه که هست، نیست و در نتیجه شبه اسطوره (ایکوس موتوس *εικως μυθος*) یا حداکثر «اسطوره راست» (اورتوس موتوس *ορθος μυθος*) است و نارسا، اما در همان حال، چون برخلاف اسطوره می‌توان برای آن توجیهی داشت «سخن راست‌نمای» (ایکوس لوگوس *λογος*) (b ۲۹) است. افلاطون در جای دیگر، در هنگام بحث از وجود یک یا پنج عالم، تعبیر «مطابق سخن راست‌نمای» (کاتا تون

بلامنازع تبیین کیف ارسطویی از عالم و پدیده‌های آن، بار دیگر به تبیین فیثاغوری افلاطونی روی آوردند و این سرآغاز تبیین‌های فیزیکدانان جدیدی همچون گالیله و دیگران شد.^۱ هر چند این توجه بیش از آنکه معطوف به پاسخ افلاطون به پرسش از پیدایش عالم، مسئله عناصر و دگرگونی آنها به یکدیگر باشد متوجه رهیافت او به طبیعت و چگونگی مواجهه علمی با آن بود.

علاوه بر این، یوهانس کپلر عالم بر جسته آلمانی در علم هیئت، در ادامه مسیر کپرنيک در نخستین گام برای تبیین ریاضی از هیئت عالم

Wörterbuch der Philosophie, vol. 5,6. Basel
1984.

و برگردان مدخل «لوگوس» این واژه‌نامه در «زبان‌شناسی و ادبیات»، (تاریخچه چند اصطلاح)، ترجمه کورش صفوی، هرمس ۱۳۷۷.

۱- در این باره ر.ک. به آثار ارزشمند خانم آنه لیزه مایر Anneliese Maier و آثار فیزیکدان بر جسته‌ای چون پیر دوهm Pierre Duhem و همچنین اثر با ارزش کرومبی Dijksterhuis Crombie که مشخصات کتابشناسی آنها در مأخذ این مقاله ذکر گردیده است.

با وجود این ناخرسندی افلاطون نسبت به تبیین خود از عناصر و چگونگی پیدایش و رخدادن دگرگونی‌ها در عالم آنچنان دل بسته است که از سویی دست به تحدي می‌زند و می‌گوید: «اگر کسی بتواند برای ترکیب این اجسام قسمی زیباتر برگزیند و بدست بددهد، او نه همچون دشمن بلکه همچون یک دوست پیروزی را از آن خود ساخته است.» (۵۴۸)

واز سوی دیگر راه را برای کوشش‌های بعدی بازمی‌گذارد و امید آن دارد که کسانی در آینده در این زمینه به موقفيتی بیش از او دست یابند، چرا که جایزه این مسابقه را دوستی خود تعیین می‌کند، هر چند از لحن او بخوبی آشکار است که به نتیجه این تلاش چندان امیدوار نیست.

برغم نافرجام ماندن کوشش افلاطون در تیاپوس برای بدست دادن تبیین ریاضی از عالم، این کوشش در تاریخ فلسفه توجه زیادی را بخود جلب نمود و تأثیری بی‌همانند داشت، بگونه‌ای که کمتر اثری از فیلسوفان عهد باستان به اندازه محاوره تیاپوس پیوسته و بدون هیچ فترقی مورد مطالعه بوده و بر آن شرح و تفسیر نگاشته‌اند. در دوره متأخر قرون وسطی نیز عالمان طبیعت، پس از دو سده سیطره

رساله که در آن «تناسب» و «تقارن»، آن هم به معنای ریاضی بلکه هندسی اش تا این اندازه دخیل است، باقی را در بحث زیبایشناسی گشود که بحث های مهمی را بویژه در زیبایشناسی دوره جدید در پی داشت.

مأخذ و ارجاعات:

Plato: Sämtliche Werke, Bd. 5.
Darmstadt, 1981.S. 1-210.

Cornford, F. M.: Plato's Cosmology.
London 1937.

Dijksterhuis, E. J.: Die Mechanisierung
des Weltbildes. Berlin 1956.

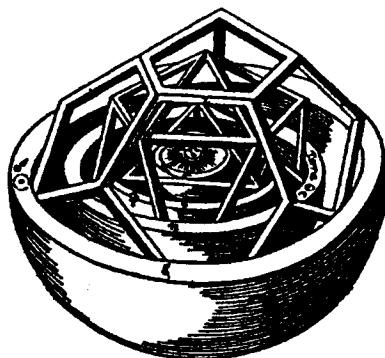
Duhem, P.: Le systeme du Monde.
Histoire des doctrines cosmologique
de Platon a Copernic. 5 Vol. Paris
1914-1917.

Kirk, G. S. & Raven, J. G.: The
Presocractic Philosophers. London /
New York 1957.

Lemcke, M.: Johannes Kepler.

1- ر.ک. به:
Lemcke, M.: Johannes Kepler. Hamburg
1995.

برای رسیدن به مدارهای شش سیاره از چند وجهی های منظم اجسام افلاطونی بهره جست و کرات، محیط بر آنها را مدار چرخش این شش سیاره قرار داد! (شکل پنج).



شکل پنج

در گام های بعد معلوم شد که تعداد سیارات، بیش از این و مدار گردش آنها پیرامون خورشید نه به شکل دایره، بلکه به شکل بیضی است که خورشید در یکی از دو کانون آنها قرار می گیرد. اما فرض اولیه کپلر که از تیاوس افلاطون برگرفته شده بود نظریه واسط مهمی در دستیابی بعدی او به حرکت سیارگان و قوانین حاکم بر آنها شد. و سرانجام، تلق افلاطون از «زیبا» در این

Historia Mathematica 20. 1993. pp.
255-264.

Taylor, A. E.: A Commentary to
Plato's Timaeus. Oxford 1928.

Vlastos, G.: Plato's Universe.
Oxford, Oxford University Press, 1975.

افلاطون: دوره آثار، ترجمه شادروان محمد
حسن لطفی، ج، ۳، خوارزمی ۱۳۵۶.
کرومی، آ. سی: از اوگوستین تا گالیله، ترجمه
شادروان احمد آرام، ج، ۲، سمت ۱۳۷۳.
اکرمی، موسی: کیهان‌شناسی افلاطون،
دشتستان ۱۳۸۰.
زبان‌شناسی و ادبیات، (تاریخچه چند اصطلاح).
ترجمه کورش صفوی، هرمس ۱۳۷۷.

Hamburg 1995.
Mansfels,J.: Die Vorsokratiker. vol,I,II.
Stuttgart 1986.

Maier, A: Die Vorläufer Galileis im 14.
Jahrhundert. Studien zur Naturphilosophie
der Spätscholastik. Roma 1949.

Ritter,J.& Gruender, K.: Historisches
Wörterbuch der Philosophie. Vol. 5, 6.
Basel 1984.

Sachs,E. : Die fünf platonischen Körper.
Zur Geschichte der Mathematik und der
Elementenlehre Platons und der
Pythagoreer. Berlin 1917.

Schäfer, L.&Artmann, B.: On Plato's
"Fairest Triangles" (Timaeus 54a). in: