

فلسفه

تاملی در منطق ریاضی (نگرش تابع ارزشی)

غلامرضا ذکیانی

(گروه فلسفه دانشگاه علامه طباطبائی)

چکیده

در این مقاله به یکی از بنیان‌های اصلی منطق جدید یعنی نگرش تابع ارزشی پرداخته شده است و با بحث از استلزام مادی، که شرایط صدق گزاره‌های شرطی را معرفی کند و معرفی پارادوکس‌های استلزام مادی، که تنافر این شرایط را با شهود طبیعی و عرفی اهل زبان نشان می‌دهند، اعتبار و اتقان این نگرش مردود شمرده شده است.

۱. مقدمه

منطق ریاضی عنوان منطقی است که با مقاله «مفهوم نگاشت»^(۱) فرگه در سال ۱۸۷۹ تأسیس شد. این منطق در اساس به دو بخش حساب گزاره‌ها و حساب محمولات تقسیم می‌شود. تفاوت این دو بخش در این است که بنیان محاسباتی منطق ریاضی در واقع همان حساب گزاره‌هاست و حساب محمولات تنها یک زبان مصنوعی پیشرفته است که شامل حساب گزاره‌ها می‌شود یعنی، هرگونه استدلالی در حساب محمولات هنگامی میسر است که عبارت‌ها محمولی - مسور - بصورت عبارتهای گزاره‌ای درآید. پارادوکس‌های استلزام مادی مولود نگرشی است که در حساب گزاره‌ها حاکم است. از اینرو محور بحث ما حساب گزاره‌ها خواهد بود.

۲. دلالت‌شناسی

حساب گزاره‌ها تابع ارزشی است یعنی ارزش صدق و کذب گزاره‌های مرکب تابع ارزش مؤلفه‌های آن است. گزاره عطفی در صورتی صادق است که هر دو مؤلفه‌اش صادق باشد والا کاذب است، و گزاره فصلی در صورتی کاذب است که هر دو مؤلفه‌اش کاذب باشد والا صادق است، و گزاره

شرطی در صورتی کاذب است که دارای مقدم صادق و تالی کاذب باشد والا صادق است.

اگر عطف و فصل و شرط را به ترتیب با نمادهای « \wedge »، « \vee » و « \supset » و صدق و کذب را به ترتیب با نمادهای « 1 » و « 0 » و نفی را با نماد « \sim » نشان دهیم، شرایط صدق گزاره‌های مرکب را می‌توان بصورت زیر نشان داد:

p	q	$\sim p$	$q \wedge p$	$\sim(p \wedge q)$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$q \supset p$	$\sim(p \supset q)$
1	1	0	1	0	1	0	1	0
1	0	0	0	1	1	0	0	1
0	1	1	0	1	1	0	1	0
0	0	1	0	1	0	1	1	0

بدین ترتیب لازم نیست که مؤلفه‌های گزاره‌های مرکب به هم مربوط باشند بلکه تنها با داشتن ارزش صدق مؤلفه‌ها، ارزش صدق گزاره مرکب معلوم می‌شود. با این وصف همه گزاره‌های زیر صادق بشمار می‌آیند:

- اگر تهران پایتخت ایران است، دکارت فرانسوی است (مقدم صادق، تالی صادق)
- اگر اصفهان پایتخت ایران است، کانت آلمانی است (مقدم کاذب، تالی صادق)
- اگر اصفهان پایتخت ایران است، کانت

فرانسوی است (مقدم کاذب، تالی کاذب)

و

- کانت آلمانی است یا کابل پایتخت افغانستان است (هر دو مؤلفه صادق)

- کانت آلمانی است یا کابل پایتخت ایران است (مؤلفه اول صادق، مؤلفه دوم کاذب)

- کانت فرانسوی است یا کابل پایتخت افغانستان است (مؤلفه اول کاذب، مؤلفه دوم صادق)

۳. قواعد استنتاج

عمل تلاق دلالته‌شناسی و قواعد استنتاج، تعریف اعتبار است. رایج‌ترین تعریف استدلال معتبر این است که از مقدمات صادق به نتیجه کاذب نمی‌انجامد [۲۹]

دو نکته مهم در تعریف اعتبار وجود دارد:

نخست اینکه صدق و کذب در تعریف اعتبار اخذ شده و از همین جاست که تابع ارزش بودن از دلالته‌شناسی به قواعد استنتاج سرایت می‌کند.

دیگر اینکه، شرایط استدلال معتبر با شرایط گزاره شرطی صادق متناظر است، یعنی هر استدلالی متناظر با یک گزاره

شرطی است، بدین صورت که مقدمات استدلال با هم بمثابة مقدم شرطی و نتیجه استدلال بمثابة تالی شرطی است. و همچنانکه گزاره شرطی در یک حالت (مقدم صادق و تالی کاذب) کاذب و در بقیه حالات صادق است، استدلال نیز در یک حالت (مقدمات صادق و نتیجه کاذب) نامعتبر و در بقیه حالات معتبر است.

تناظر استدلال و گزاره شرطی محور بنیادین حساب گزاره‌هاست زیرا تکلیف استدلالهای معتبر و نامعتبر بوسیله همین تناظر روشن می‌شود. توضیح اینکه، استدلال معتبر استدلالی است که شرطی متناظر با آن استدلال همیشه صادق - توتولوژی - باشد مانند استدلال $|A \wedge B \supset A|$ که شرطی متناظر با آن $|(A \wedge B) \supset A|$ همیشه صادق است. یعنی هیچ تعبیری یافت نمی‌شود که مقدم آنرا صادق و تالیش را کاذب گرداند.

ولی اگر شرطی متناظر با یک استدلال همیشه صادق نباشد، آن استدلال نیز معتبر نیست مانند استدلال $|A \vee B \supset A|$ که شرطی متناظر با آن $|(A \vee B) \supset A|$ همیشه صادق نیست زیرا تعبیری وجود دارد که مقدم آن را صادق و تالیش را کاذب می‌گرداند. پس شرطی مذکور همیشه صادق

نیست و لذا استدلال متناظر با آن نیز معتبر بشمار نمی آید.

با این توصیف نقش محوری گزاره شرطی - ثابت \supset - نسبت به سایر گزاره‌ها و ثوابت در حساب گزاره‌ها هویدا می‌شود. زیرا یک استدلال در صورتی معتبر است که هر تعبیری که مقدمات آنرا صادق گرداند نتیجه‌اش را نیز صادق بگرداند و هر تعبیری که نتیجه آنرا کاذب کند، مجموع مقدماتش را نیز کاذب بکند و پیداست که این شرایط همان، شرایط صدق گزاره شرطی - ثابت \supset - است.

شایان ذکر است که برای پایه‌گذاری حساب گزاره‌ها، علاوه بر روش استنتاج طبیعی،^(۲) روش‌های دیگری نیز ارائه شده است. یکی روش اصل موضوعی و دیگری روش نموداری^(۳) [۱۳، ص ۵] اما از آنجا که پارادوکس‌های استلزام مادی در همه روش‌های مذکور جزء قضایا محسوب می‌شود پس می‌توان نتیجه گرفت که پیدایش این پارادوکس‌ها به روش خاصی مربوط نبوده بلکه مولود نگرشی - تابع ارزش - است که بر همه روش‌ها حاکم است.

۴. استلزام مادی و پارادوکس‌های آن در گزاره شرطی طبیعی استلزام برقرار

است یعنی مقدم مستلزم تالی است و همچنانکه از نام «مقدم» و «تالی» برمی‌آید، مقدم یک امر مفروض است که تالی در پی آن می‌آید ولی در حساب گزاره‌ها که مبتنی بر نگرش تابع ارزشی است، نسبت بین مقدم و تالی لحاظ نمی‌شود بلکه صرفاً از طریق صدف و کذب مؤلفه‌ها، حکم به صدق و کذب شرطی می‌شود. از این حالت با عنوان استلزام مادی یاد می‌شود. [۱۳، ص ۵۲] پس استلزام مادی عبارتست از شرایط صدق گزاره شرطی و به تعبیر دقیق‌تر، استلزام مادی عبارت است از حداقل نسبت بین مقدم و تالی بنحوی که مقدم صادق و تالی کاذب نباشد.

چنین نگرشی به گزاره‌های شرطی، سبب پیدایش گزاره‌های شرطی صادقی شده است که با درک شهودی تنافر دارند. از این رو به پارادوکس‌های استلزام مادی شهرت یافته‌اند. [۱۹] اهم این پارادوکس‌ها به شرح زیر می‌باشد:

۱-۴ پارادوکس منفی EFQ^(۴)

می‌دانیم گزاره «سقراط ایرانی است» یک گزاره کاذب است، حال با توجه به شرایط صدق گزاره شرطی، اگر این گزاره به عنوان مقدم یک گزاره شرطی اخذ شود، آن

گزاره شرطی صادق خواهد بود اعم از اینکه تالی آن گزاره صادق باشد یا کاذب، مانند:

- اگر سقراط ایرانی است دکارت فرانسوی است (تالی صادق)

- اگر سقراط ایرانی است دکارت آلمانی است (تالی کاذب)

به بیان دیگر گزاره کاذب مستلزم (مادی) هر گزاره‌ای است:

$$\sim p \supset (p \supset q)$$

و پیداست که از نظر دلالت‌شناسی، هیچ تعبیری یافت نمی‌شود که مقدم آن را صادق و تالیش را کاذب گرداند و از نظر نحوی، تنها بوسیله قواعد استنتاج قابل اثبات است.

بارزترین نمونه از گزاره‌های شرطی که صدقشان به سبب کذب مقدم آنهاست هنگامی پیش می‌آید که یک گزاره متناقض به عنوان مقدم اخذ شود زیرا هیچ تعبیری پیدا نمی‌شود که مقدم آنرا صادق گرداند:

$$(p \wedge \sim p) \supset q$$

از آنجا که استدلال متناظر با شرطی است می‌توان ادعا کرد که هر استدلالی با مقدمات متناقض معتبر است و به دیگر سخن گزاره متناقض مستلزم هر گزاره‌ای است.

$$p \wedge \sim p \quad q$$

برهان لوئیس

معروف‌ترین برهان برای اثبات پارادوکس منفی EFQ، توسط لوئیس اقامه شده است:

1) $A \wedge \sim A$ فرض

2) A ح ۸ (1)

3) $A \vee B$ م ۷ (۲)

4) $\sim A$ ح ۸ (۱)

5) B ق ۳ و (۴)

۴-۲ پارادوکس مثبت VEQ (۵)

می‌دانیم گزاره «سقراط یونانی است» یک گزاره صادق است، حال با توجه به شرایط صدق گزاره شرطی، اگر این گزاره به عنوان تالی یک گزاره شرطی اخذ شود آن گزاره شرطی صادق خواهد بود اعم از اینکه مقدم آن گزاره صادق باشد یا کاذب مانند:

- اگر دکارت فرانسوی است سقراط یونانی است (مقدم صادق)

- اگر دکارت آلمانی است سقراط یونانی است (مقدم کاذب)

به بیان دیگر، هر گزاره‌ای مستلزم مادی گزاره صادق است:

$$p \supset (q \supset p)$$

و پیداست که از نظر دلالت‌شناسی، هیچ تعبیری یافت نمی‌شود که مقدم آن را صادق

و تالیس را کاذب گرداند و از نظر نحوی، تنها
 بوسیله قواعد استنتاج قابل اثبات است.
 بارزترین نمونه از گزاره‌های شرطی که
 صدقشان به سبب صدق تالی آنهاست
 هنگامی پیش می‌آید که یک گزاره همیشه
 صادق به عنوان تالی اخذ شود زیرا هیچ
 تعبیری پیدا نمی‌شود که تالی آنرا کاذب
 گرداند:

$p \supset (q \vee \sim q)$
 از آنجا که استدلال متناظر با شرطی است
 می‌توان ادعا کرد که هر استدلالی با نتیجه
 همیشه صادق، معتبر است و به دیگر سخن،
 هر گزاره‌ای مستلزم گزاره همیشه صادق
 است.

$$P \quad q \vee \sim q$$

ناگفته پیداست که این پارادوکس مبتنی
 بر پارادوکس‌های مثبت و منفی است زیرا
 گزاره $p \vee \sim p$ همیشه صادق است و هر کدام
 از مؤلفه‌هایش مقدم یکی از پارادوکس‌های
 مثبت و منفی است و از آنجا که یا p صادق
 است و یا $\sim p$ بنابراین یا تالی پارادوکس
 مثبت ($q \supset p$) صادق است و یا تالی
 پارادوکس منفی ($p \supset q$) [۲۰، ص ۱۹۴]

● استدلال زیر [۲۷] طبق استلزام مادی
 معتبر است ولی از نظر درک عرفی بی‌اعتبار
 تلقی می‌شود:

اگر حسن در توکیو باشد در ژاپن
 است $P \supset Q$
 اگر حسن در پاریس باشد در فرانسه
 است $R \supset S$

(اگر حسن در توکیو باشد در فرانسه است)
 یا (اگر حسن در پاریس باشد در ژاپن است)
 $(P \supset S) \vee (R \supset Q)$
 ● در استلزام مادی دو گزاره:

الف- باران نمی‌بارد و اگر باران ببارد
 زمین تر می‌شود $\sim p \ \& \ (p \supset q)$
 ب- باران نمی‌بارد $\sim p$
 معادل هستند زیرا اگر $\sim p$ صادق باشد،
 مقدم شرطی (p) کاذب بوده و لذا شرطی
 صادق خواهد بود و اگر $\sim p$ کاذب باشد کل

۳-۴ سایر پارادوکس‌ها
 پارادوکس‌های استلزام مادی به همین
 جا ختم نشده بلکه به صورتهای مختلف
 دیگری نیز نمایان می‌شود. چند نمونه از این
 صورتهای پارادوکسیکال به شرح زیر
 می‌باشد:

● از هر دو گزاره‌ای یا اولی مستلزم
 دومی است یا دومی مستلزم اولی و به تعبیر
 نمادین:

$$(p \vee q) \vee (q \supset p)$$

پیش از ادامه بحث، ذکر آراء برخی منطقدانان درباره انگیزه پیدایش نگرش تابع ارزش و انگیزه مخالفان آن نگرش خالی از فایده نخواهد بود.

جان نالت: زمینه تاریخی استلزام مادی پرهیز از ابهام در مفهوم ضرورت و فرار از متافیزیک بود. [۲۳]

م. دان: علت مخالفت با استلزام مادی ادعای فراگیر آن است [۱۸، ص ۱۲۳] اندرسون: «مرگ بر ربط، معنا و مفهوم» شعار رایج در منطق ریاضی است [۱۵] فرگه: استلزام مادی مطابق با اگر - آنگاه نیست مگر اینکه تالی با مقدم پیوند داشته باشد [۲۱]

لویی: راهی برای پرهیز از پارادوکس‌ها نیست مگر اینکه قوانین عام و بالاخره منطق صوری را رها سازیم [۱۷] ایر: برخلاف خواست فرگه و راسل، منطق بیشتر تابع ریاضیات شده است تا ریاضیات تابع منطق [۱۱] ویتگنشتاین: منطق کلاسیک یک نظام کامل است و هرگونه دستکاری کل آن را به هم می‌زند [۱۴]

لایب نیتز: هرگاه منطق نمادین به اندازه کافی تکامل یافته بود از میان بردن همه مناقشات علمی امکان‌پذیر می‌بود. [۵]

گزاره الف به سبب کذب یکی از مؤلفه‌های عطفیه کاذب خواهد بود. بنابراین شرایط صدق الف و ب یکسان است و به بیان دیگر با وجود $p \supset q \sim p$ گزاره $p \supset q$ زائد است. [۳۰]

در استلزام مادی استدلال زیر معتبر است:

$$\sim(A \supset B) \quad A$$

حال اگر در شرطی‌های طبیعی نیز استلزام مادی برقرار باشد استدلال زیر معتبر خواهد بود در حالیکه چنین نیست:

- چنین نیست که اگر خدای مهربان وجود داشته باشد، دعاهای افراد گناهکار مستجاب خواهد شد. بنابراین خدا وجود دارد. (۲۵، ص ۱۳)

۵. نقد استلزام مادی

هرکس شهوداً درک می‌کند که زمینه هر نوع استدلالی پیوند امور و قضایاست، و هیچ استدلالی در بی‌ربطی صورت نمی‌پذیرد. در حالیکه اساس نگرش تابع ارزش بی‌ربطی مؤلفه‌های استدلال و گزاره شرطی است. زیرا ارزش صدق گزاره‌های مرکب در این نگرش تنها به وسیله صدق و کذب مؤلفه‌های آنها تعیین می‌شود نه پیوند آن مؤلفه‌ها. پارادوکس‌های استلزام مادی مولود همین نگرش تابع ارزش‌اند.

۵-۱ نقد برهان لوئیس

پس از طرح برهان لوئیس، مراحل مختلف آن توسط برخی از منطق‌دانان مورد نقد قرار گرفت. نلسون^(۶) دو قاعده حذف عطف و معرفی فصل را مورد ایراد قرار داد، پری^(۷) تنها قاعده معرفی فصل را مورد انتقاد قرار داد، گیج^(۸) همه مراحل را پذیرفت ولی متعددی بودن استلزام را زیر سؤال برد، اندرسون و بلنپ قیاس انفصالی را مقصر اصلی به شمار آوردند [۱۸، ص ۱۵۱]

اما به نظر می‌رسد ایراد اصلی برهان لوئیس در فرض اجتماع تقیضین^(۹) $p \wedge \sim p$ - است. اجتماع تقیضین در هیچ وعائی قابل فرض نیست اگر هم بتوان $p \wedge \sim p$ را فرض کرد، هیچ قاعده‌ای روی آن اعمال نمی‌شود زیرا اعمال هر قاعده‌ای مبتنی بر محال بودن اجتماع تقیضین است. بدین صورت که اعمال این قاعده فلان نتیجه را دارد و نفی آن نتیجه را ندارد. والا اگر اعمال یک قاعده هم فلان نتیجه و هم نفی آن را به دنبال داشته باشد در حقیقت هیچ قاعده‌ای اعمال نشده است. چرا که هر نوع احتفاظی مبتنی بر بطلان اجتماع تقیضین است. پس اگر اجتماع تقیضین ممکن یا مفروض باشد هیچ نوع احتفاظی و قاعده‌ای و بلکه هیچ نوع ادعایی ممکن نخواهد بود.

این نکته بدیهی، در حساب گزاره‌ها نیز جاری است. به عنوان مثال اعمال قاعده حذف عطف $(p \wedge q) \rightarrow p$ ، بدین گونه مبتنی بر محال بودن اجتماع تقیضین است که اگر نتوان p را از $p \wedge q$ استنتاج کرد پس می‌توان $\sim p$ را از آن استنتاج نمود زیرا نظام ما دو ارزشی است. اما اجتماع $\sim p$ با $p \wedge q$ مستلزم اجتماع تقیضین $(p \wedge \sim q)$ است و اجتماع تقیضین باطل است. حال که استنتاج $\sim p$ از $p \wedge q$ به محال می‌انجامد پس می‌توان p را از $p \wedge q$ استنتاج کرد. اعمال سایر قواعد نیز به همین نحو - برهان خلف^(۱۰) - مبتنی بر محال بودن اجتماع تقیضین است.

حال که معلوم شد اعتبار اعمال هر قاعده‌ای مبتنی بر محال بودن اجتماع تقیضین است پس با فرض اجتماع تقیضین $\sim p - p \wedge \sim p$ - هیچ قاعده‌ای اعمال نمی‌شود. بدینسان نه تنها برهان لوئیس بلکه هیچ برهان دیگری با فرض اجتماع تقیضین اقامه نمی‌شود.

از سوی دیگر، اساس برهان خلف در حساب گزاره‌ها مبتنی بر بطلان اجتماع تقیضین است یعنی اگر یک فرض به اجتماع تقیضین بیانجامد برهان را بسته و خلاف آن فرض را نتیجه می‌گیریم. اینک می‌پرسیم که چه تفاوتی است بین اجتماع تقیضین در برهان خلف که موجب بسته شدن برهان و استنتاج

اما نباید فراموش کرد که نه تنها «لزوم پرهیز از استنتاج هر گزاره دلخواه» بلکه «نفس هر استنتاجی» مبتنی بر محال بودن اجتماع نقیضین است. و اگر اجتماع نقیضین محال نباشد هیچ کدام از آنها میسر نخواهد بود (۱۲) بنابراین، همچنانکه همه دانشمندان و اقامه کنندگان برهان خلف متفطن هستند، اجتماع نقیضین محال ذاتی بوده و بنیان هر نوع استدلال و بلکه بنیان هر ادعایی است.

س- اگر نتوان اجتماع نقیضین را فرض کرد راه استفاده از برهان خلف نیز مسدود می گردد [۲۸] زیرا اقامه کننده برهان خلف در واقع می داند که فلان فرض به اجتماع نقیضین $p \sim p$ میانجامد و بلکه می داند که فلان فرض ما را در حوزه اجتماع نقیضین قرار می دهد ولی با این وجود استدلال می کند. پس اگر فرض اجتماع نقیضین ممکن نباشد اقامه برهان خلف نیز میسر نخواهد بود!

ج- حقیقت برهان خلف این است که در آغاز اجتماع نقیضین صریح نیست. حتی اگر در ذهن اقامه کننده برهان چنین صراحتی باشد در ذهن مخاطب چنین صراحتی نیست لذا اقامه کننده برهان خلف با همان حالت ذهن مخاطب که این مراحل را محال نمی داند پیش می رود و به اجتماع نقیضین صریح

خلاف فرض می شود و اجتماع نقیضینی که سبب استنتاج هر گزاره ای می گردد؟ اگر اجتماع نقیضین آنجا باطل است اینجا نیز باطل است و اگر اینجا باطل نیست، آنجا نیز باطل نیست. (۱۱)

س- بسته شدن برهان خلف در اختیار اقامه کننده برهان است به نحوی که می تواند بدون بستن برهان، آن را ادامه داده (۱۶، ص ۵۶) و به هرگونه نتیجه ای برسد. پس از این جهت تفاوتی بین اجتماع نقیضین در برهان خلف و برهان لوئیس وجود ندارد.

ج- اولاً، با این توصیف، اعتبار کارآمدترین برهان در تمامی علوم - برهان خلف - زیر سؤال می رود زیرا اساس برهان خلف - که حتی اعتبار قواعد منطقی نیز به وسیله آن اثبات می شود - بر بطلان اجتماع نقیضین استوار است ولی با بیان فوق، گویا اجتماع نقیضین یک محال قراردادی است که اقامه کننده برهان به دلخواه می تواند آنجا توقف کند و یا از آن عبور نماید.

ثانیاً، طبق این توصیف، اجتماع نقیضین امتناع ذاتی ندارد بلکه نهایت ایراد آن این است که موجب استنتاج هر گزاره ای می شود [۱۲، ص ۶۳] و از آنجا که می خواهیم از استنتاج هر گزاره ای پرهیز نمائیم لذا از اجتماع نقیضین اجتناب می کنیم.

می‌رسد و به مخاطب نشان می‌دهد که در واقع فلان فرض هم محال - موجب اجتماع نقیضین - بوده است. از لحاظ صوری نیز، اجتماع نقیضین - $p \sim p$ - واپسین مرحله برهان است نه نخستین مرحله آن!

س - بهترین دلیل برای امکان شیء وقوع شیء است، همین که در براهینی همچون برهان لوئیس، اجتماع نقیضین فرض شده و قواعدی روی آن اعمال شده معلوم می‌شود فرض اجتماع نقیضین و اعمال قواعد روی آن محال نیست.

ج - فرض اجتماع نقیضین و اعمال قواعد روی آن از یک جهت بی‌شبهت به پارادوکس دروغگو^(۱۳) نیست. در پارادوکس دروغگو ظاهراً با یک جمله طبیعی (این سخن من دروغ است) رو به رو هستیم ولی در حقیقت چنین نیست زیرا برخلاف جملات طبیعی، صدق این جمله مستلزم کذبش و کذب آن مستلزم صدقش می‌باشد. سرش هم این است که حکم این گونه جملات به نحو شامل خودشان نیز می‌شود (خاصیت خود ارجاعی) و از همین روست که بیشتر تلاشها برای حل این دسته از پارادوکسها، در راستای رفع خاصیت خود ارجاعی از آنها صورت گرفته است. بدین ترتیب، ادای اینگونه جملات - این سخن من

دروغ است - که از نظر دستوری درست به نظر می‌رسند، با نظام معناشناسی زبان - نظام دوارزشی - ناسازگار است.

فرض اجتماع نقیضین و اعمال قواعد روی آن نیز این ویژگی را دارد، ظاهراً، فرمولهای حاوی اجتماع نقیضین - $p \sim p$ - خوش ساخت^(۱۴) هستند ولی همچنانکه گذشت با بنیان استنتاجی هر نوع استدلالی - محال بودن اجتماع نقیضین - منافات دارند.

به علاوه، مفاد خاصیت خود ارجاعی این است که صدق یک جمله مستلزم کذب همان جمله است و بالعکس، و به بیان دیگر، خطا بودن خاصیت خود ارجاعی مولود اجتماع نقیضین است و از این جهت است که جملات خود ارجاع مانند همه مغالطات دیگر، مغالطه بودن خود را مدیون اجتماع نقیضین هستند. بنابراین فرض اجتماع نقیضین نه تنها بارزترین مصداق از جملات خود ارجاع بوده و به دلیل منجر شدن به اجتماع نقیضین نادرست است بلکه خود آشکارترین محالی است که بنیان هر نوع ادعا، استدلال و محال دیگر می‌باشد.

س - «فرض محال محال نیست» پی می‌توان اجتماع نقیضین را نیز فرض کرد.

ج - اولاً، اصل «فرض محال محال نیست» چه نوع اصلی است؟ آیا پیش فرض است یا

قاعده به دست می‌آید ولی نقیض آن به دست نمی‌آید والا هیچ قاعده‌ای اعمال نشده است. (۱۷)

س- خود همین استدلال که «اگر اجتماع نقیضین فرض شود قاعده‌ای قابل اعمال نخواهد بود» استدلالی است که اجتماع نقیضین را فرض کرده است. اگر در این استدلال می‌توان اجتماع نقیضین را فرض کرد در استدلال‌های دیگر - مثل برهان لوئیس - نیز می‌توان و اگر در استدلال‌های دیگر ممکن نیست اینجا نیز میسر نیست!

ج- این اشکال شبیه اشکالی است که در باب «المجهول المطلق لا یخبر عنه» مطرح می‌شود. [۱۰] پاسخ هم همان است یعنی مفهوم اجتماع نقیضین قابل فرض است به حمل اولی ولی آنچه در برهان لوئیس فرض شده مصداق اجتماع نقیضین است به حمل شایع! که قواعد دیگر روی آن اعمال می‌شود و این محال است. بلکه باید گفت: آنچه در برهان لوئیس فرض شده چند نماد $p \wedge \sim p$ - است که ادعا می‌شود اجتماع نقیضین است ولی از آنجا که قاعده روی آنها اعمال می‌شود باید نتیجه گرفت که آن نمادها بیانگر اجتماع نقیضین نیستند و به دیگر سخن، ما در استدلال خویش بر علیه برهان لوئیس، اجتماع نقیضین را به نحو شایع فرض نکرده‌ایم

اصل متعارف یا اصل موضوع؟ آیا کاربرد فلسفی دارد یا ریاضی؟ ثانیاً، آیا هر نوع محالی قابل فرض است؟ ظاهراً تنها محالهای عادی قابل فرض اند نه محالهای ذاتی! و ثالثاً، اگر هم بتوان اجتماع نقیضین را فرض کرد نمی‌توان هیچ قاعده‌ای روی آن اعمال نمود زیرا اعمال هر نوع قاعده‌ای مبتنی بر محال بودن اجتماع نقیضین است.

س- برهان لوئیس در مقام نحو^(۱۵) است، در این مقام هیچ توجهی به دلالت‌شناسی^(۱۶) نمی‌شود، بنابراین باطل بودن اجتماع نقیضین که مربوط به دلالت‌شناسی است برهان لوئیس را که در مقام نحو است مخدوش نمی‌کند، به بیان دیگر قواعد استنتاجی کاملاً صوری بوده و فارغ از معنا هستند بنابراین مقیدات دلالت‌شناسی در نحو اعمال نمی‌شود. ج- اولاً نحو مبتنی بر دلالت‌شناسی است و بدون لحاظ دلالت‌شناسی قواعد نحوی هیچ معنا و بالتبع هیچ اعتباری ندارد. عدم توجه به معانی ثوابت منطقی در مقام نحوی دلیل انفکاک نحو از دلالت‌شناسی نیست. ثانیاً، اعمال قاعده در هر مقامی - اعم از نحو و دلالت‌شناسی - مبتنی بر بطلان اجتماع نقیضین است. به دیگر سخن، حتی در صوری‌ترین حالتها نیز اعمال هر قاعده‌ای مبتنی بر این است که فلان نتیجه از این

که بتوانیم برهان را بر پایه مؤلفه‌های متناقض آن بنا نهم بلکه صرفاً مفهوم اجتماع نقیضین را به نحو اولی فرض کرده‌ایم تا نشان دهیم که هر قاعده و بلکه هر ادعایی در سایه بطلان اجتماع نقیضین میسر است.

در مقام تمثیل، اجتماع نقیضین مانند راهروهای بن‌بست در بازل است که هیچ معنایی جز توقف و بازگشت ندارد. بدین ترتیب اگر کسی اجتماع نقیضین را فرض کند مثل این است که یک راهرو بن‌بست را فرض کرده است که هیچ نوع حرکتی در / از آن میسر نیست.

به تعبیر مرتضی مطهری: حکم جزمی درباره اینکه زید قائم است وقتی میسر می‌شود که حکم حالتی را به خود بگیرد که احتمال عدم قیام را سد کند و سد این احتمال بدون کمک اصل امتناع تناقض میسر نیست و با کمک اصل عدم تناقض است که علم به اینکه حتماً زید قائم است و خلاف آن نیست صورت وقوع پیدا می‌کند و اگر این اصل را از فکر بشر بیرون بکشیم ذهن به هیچ چیزی حالت جزمی و علم قطعی پیدا نمی‌کند... و بنابراین اساس جمیع قوانین علمی خراب خواهد شد. ریرا قانون علمی یعنی انتخاب و گرایش ذهن به یک طرف بالخصوص و اگر اصلاً گرایشی در کار نباشد یا گرایش

دوطرفی باشد قانون علمی برای ذهن معنا ندارد [۹]

نتیجه اینکه، اگر نتوان اجتماع نقیضین را فرض کرد و در صورت فرض نتوان هیچ قاعده‌ای را روی آن اعمال کرد در این صورت هر گزاره‌ای را هم نمی‌توان از آن استنتاج نمود بنابراین برهان لویس نامعتبر است و هر برهان دیگری هم برای استنتاج یک گزاره از تناقض همین سرنوشت را دارد. بدین ترتیب یک مثال نقض برای حساب گزاره‌ها یافته‌ایم، مثالی که از نظر دلالت‌شناسی معتبر است ولی از نظر نحوی قابل استنتاج نیست.

بلکه باید گفت: استنتاج هر گزاره از تناقض، مولود ذاتی نگرش تابع ارزش است اگر چنین استنتاجی نادرست است - که هست - نگرش تابع ارزش نیز نادرست است.

۶. اصل تناقض و کل‌گرایی

مبنای انتقاد ما از برهان لویس، بداهت و ضرورت اصل تناقض است ولی طبق نظریه کل‌گرایی کواین، حتی صدقهای منطقی و ریاضی - از جمله اصل تناقض - نیز از چنین ضرورتی برخوردار نبوده و قابل اصلاح‌اند. وی در شرح کل‌گرایی، ضمن

تشبیه نظام باورهای ما به یک فرش که فقط لبه‌های آن به تجربه برخورد می‌کند [۳] می‌گوید:

«ریاضیات و منطق به مرکز ساختار مفهومی ما تعلق دارد... و هرچه قانونی در الگوی مفهومی ما نقش بنیادی تری داشته باشد به همان نسبت انتخاب آن برای تجدید نظر کمتر احتمال دارد... حدسهای رشته‌های تاریخ و اقتصاد را با میل و رغبت بیشتری مورد تجدید نظر قرار می‌دهیم تا قوانین فیزیک را و در قوانین فیزیک با میل و رغبت بیشتری تجدید نظر می‌کنیم تا در قوانین ریاضیات و منطق... با توجه به تمایل محافظه کارانه ما برای تجدید نظرهایی که کمترین اختلال در نظام ایجاد می‌کنند قوانین این دو مبحث - منطق و ریاضی - رو بهمرفته از چنین مصونیتی برخوردارند و چه بسا ضرورتی که در مورد قوانین ریاضیات و منطق احساس می‌شود ناشی از همین امر باشد... تمایل محافظه کارانه ما برای تجدید نظرهایی که در نظام کمترین اختلال را ایجاد می‌کنند در برابر عامل مخالف مهمی قرار می‌گیرد: عامل ساده‌سازی. در چند دهه اخیر، تجدید نظر چشمگیری در قوانین اساسی فیزیک به عمل آمد که مبنای آن ملاحظاتی از دید سادگی بود... قوانین منطق

مرکزی‌ترین و مهم‌ترین احکام ساختار مفهومی ما می‌باشند و به همین دلیل به کمک عامل محافظه‌گرا به شدیدترین نحو ممکن در برابر هر نوع تجدید نظری محافظت می‌شوند لیکن این قوانین درست به خاطر موقعیت مهمشان، قوانینی هستند که تجدید نظر مناسب آنها می‌تواند سادگی پر دامنه‌ای را در کل نظام معرفتی ما ایجاد کند... پس قوانین ریاضیات و منطق هم می‌توانند به رغم همه ضرورتشان لغو شوند». [۷]

مهم‌ترین نکته‌ای که درباره کل‌گرایی کوانین به ذهن می‌رسد این است که در این نظریه قواعد منطقی صرفاً بمثابة صدقهای منطقی تلقی شده‌اند. و تنها تفاوتشان با سایر احکام و صدقها این است که نسبت به آنها مرکزیت دارند. در این صورت کاملاً طبیعی است که صدقهای منطقی و ریاضی فقط تا هنگامی مصون از اصلاح باقی بمانند که سادگی دستگاه معرفتی حتی الامکان حفظ شود ولی در غیر این صورت همان صدقهای مرکزی هم قابل اصلاح خواهند بود.

اینک می‌پرسیم: چگونه می‌توان قواعد منطقی را به صدقهای منطقی تبدیل کرد؟ آیا صرف فرمول‌بندی قواعد به صورت قضایای منطقی [۲] ماهیت استنتاجی (عملیاتی) آنها را سلب می‌کند؟ و آیا

می‌توان همه قواعد را به صورت صدقهای منطقی درآورد؟ در این صورت، صدقهای منطقی چگونه با هم ترکیب شده و اقتران می‌یابند؟ (۱۸)

این نکته را در نظام معرفتی کواپن نیز می‌توان مشاهده کرد. پیوند منطقی گزاره‌های تجربی و حاشیه‌ای به همان اندازه محتاج قواعدی چون وضع مقدم است که پیوند منطقی گزاره‌های ریاضی و منطقی و به تعبیر خود کواپن: از میان روابط احکام با یکدیگر، رابطه‌ای که اهمیت بارزی دارد رابطه دلالت منطقی است [۲، ص ۸۴] به بیان دیگر، حتی اگر قواعد منطقی را به صورت اصول و صدقهای منطقی فرمول‌بندی کنیم باز هم از ماهیت استنتاجی آنها کاسته نمی‌شود و در همه مراحل برای استنتاج گزاره‌ها به کار می‌رود. در این صورت هم جنس دانستن قواعد منطقی با گزاره‌های علمی تحت عنوان صدقهای منطقی و صدقهای علمی نادرست خواهد بود، زیرا صدق از مقوله علم و تئوری است ولی قاعده از مقوله عمل و کار. به عبارت دیگر، هر سیستم معرفتی با هر اصولی که پیشنهاد شود ناچار است برای ایجاد پیوند بین گزاره‌ها از قواعد منطقی - وضع مقدم و برهان خلف - استفاده نماید و قواعد منطقی از این جهت لابلش‌رط هستند،

بنابراین نمی‌توان قواعد منطقی را به عنوان صدقهای مرکزی برای یک سیستم معرفتی به شمار آورد.

ممکن است ایراد شود که همین قواعد منطقی نیز پیش‌فرض ما هستند و تا هنگامی به آنها پایبند هستیم که سادگی نظام حفظ شود بنابراین هیچ ضرورتی در آنها وجود ندارد.

در پاسخ گوئیم، اولاً، نفس داشتن پیش‌فرض برای استفاده‌های دیگر، خود موردی از قاعده وضع مقدم است، x را پیش‌فرض می‌گیریم تا به y برسیم پس اگر قاعده وضع مقدم قبل از هر نوع پیش‌فرضی برای ما معلوم نباشد، نمی‌توان از فرایند پیش‌فرض استفاده کرد. ثانیاً، اینکه فلان پیش‌فرض تا هنگامی معتبر است که سادگی نظام حفظ شود، پس اگر سادگی نظام حفظ نشود آن پیش‌فرض هم قابل اصلاح است، خود موردی از (وضع مقدم و) رفع تالی است. ثالثاً، چه کسی و چه موقع چنین پیش‌فرضی - وضع مقدم، برهان خلف - کرده است که همه کس حتی کودکان با آن آشنا بوده و طبق آن استدلال می‌کنند. رابعاً، اگر اعتبار قواعدی چون وضع مقدم مولود پیش‌فرض باشد، خود همین استدلال - تا هنگامی بدانها پایبند هستیم که سادگی نظام

کاذب، هیچ مفادی نخواهد داشت، اگر یک استدلال به هر دو نتیجه X و $\sim X$ بیانجامد در واقع به هیچ نتیجه‌ای نیانجامیده است. ولی اصول موضوعه می‌توانند دو ارزشی یا چند ارزشی باشند مثلاً می‌توان به یک گزاره ارزشهای صدق یا کذب یا نیمه صدق - ۵۰٪ صادق - را نسبت داد (منطق سه ارزشی)، همچنین می‌توان به یک گزاره ارزشهای ۱٪ تا ۱۰۰٪ صادق را نسبت داد (منطق فازی)، به عنوان نمونه می‌توان گفت:

الف - فرد ۲۷ ساله ۳۰٪ عضو مجموعه جوان است.

و آن را صادق دانست نه به این معنا که گزاره الف ۳۰٪ صادق است بلکه بدین معنا که عضویت ۳۰٪ فرد ۲۷ ساله در مجموعه جوان صادق است و کاذب نیست.

ممکن است ایراد شود که در گزاره،

ب - فرد ۲۴ ساله ۵۰٪ عضو مجموعه جوان است.

فرد ۲۴ ساله هم ۵۰٪ عضو مجموعه جوان است و هم ۵۰٪ عضو مجموعه جوان نیست یعنی گزاره ب هم صادق است و هم کاذب و طبق ادعای شما نباید گزاره ب قابل استدلال باشد، در حالیکه می‌دانیم در منطق فازی و حتی منطقهای چند ارزشی، به آسانی می‌توان روی گزاره ب استدلال اقامه کرد.

حفظ شود - نیز مولود پیش فرض بوده و ضرورت خود را از دست خواهد داد.^(۱۹) نتیجه اینکه، قواعدی چون وضع مقدم و برهان خلف پشتوانه هر نوع پیش فرض و سادگی بوده و مقدم بر آنها هستند، از این رو نمی‌توان خود آنها را از پیش فرض کرد. از سوی دیگر می‌دانیم که قواعدی چون وضع مقدم و برهان خلف، اعتبار خود را مدیون اصل تناقض هستند بنابراین خود اصل تناقض را به طریق اولی نمی‌توان از پیش فرض کرد.

۷. اصل تناقض و نظام‌های چند ارزشی

در برخی از دستگاه‌های منطقی غیراستاندارد، به جای دو ارزش از سه ارزش (منطق‌های سه ارزشی) [۸] و در برخی دیگر به جای دو ارزش از بی‌نهایت ارزش (منطق فازی) سخن می‌رود [۶] بنابراین در این منطقها، از اصل تناقض که دائر بین صدق و کذب بوده و دو ارزشی است عدول شده است.

ایراد چنین برداشتی در خلط دو مقام اصل تناقض و اصول موضوعه نهفته است. اصل تناقض یک اصل ساختاری است که هر نوع ادعا و استدلالی در سایه آن میسر است. اگر یک ادعا هم صادق باشد و هم

که مقدم مفروض، فلان تالی را در پی دارد. حال اگر در واقع نیز مقدم مفروض آن تالی را در پی داشته باشد، گزاره شرطی صادق است مانند:

الف - اگر منظومه شمسی دارای نه سیاره باشد، تعداد سیارات آن فرد است.

پیدا است که فرض «دارا بودن نه سیاره برای منظومه شمسی» تالی «فرد بودن تعداد سیارات منظومه شمسی» را به دنبال دارد پس گزاره الف صادق است.

اما اگر مقدم مفروض، تالی ادعایی را در پی نداشته باشد، گزاره شرطی کاذب است مانند:

ب - اگر منظومه شمسی دارای هشت سیاره باشد، تعداد سیارات آن فرد است.

پیدا است که فرض «دارا بودن هشت سیاره برای منظومه شمسی» تالی «فرد بودن تعداد سیارات شمسی» را به دنبال ندارد. پس گزاره ب کاذب است.

نکته مهم این است که مقدم مفروض است و هیچ ارتباطی با واقعیت خارجی ندارد، همچنانکه واقعیت خارجی تالی نیز اهمیتی ندارد بلکه آنچه مهم است این است که آیا این تالی ادعایی لازمه آن مقدم است یا نه؟ به تعبیر دیگر، آنچه موجب قوام شرطی است پیوند مقدم و تالی است نه

در پاسخ گوئیم، پنجاه درصد مذکور در گزاره ب وصف و میزان عضویت فرد در مجموعه جوان است نه وصف و میزان صدق گزاره ب. به بیان دیگر، طبق گزاره ب، ما می‌دانیم که فرد ۲۴ ساله ۵۰٪ عضو مجموعه جوان است و ۵۰٪ نیز عضو آن نیست. لوازم ۵۰٪ عضویت - و ۵۰٪ عدم عضویت - غیر از لوازم ۳۰٪ عضویت - و ۷۰٪ عدم عضویت - است. بنابراین گزاره ب صادق و کاذب نیست بلکه طبق فرض صادق است و مفادش این است که چون مثلاً فرد ۲۰ ساله - که عضو صد درصد این مجموعه است - روزانه ۱۰۰ کالری انرژی مصرف می‌کند پس فرد ۲۴ ساله - که عضو پنجاه درصد این مجموعه است - روزانه ۸۵ کالری انرژی مصرف می‌کند. و به همین ترتیب فرد ۲۷ ساله نیز - که عضو سی درصد این مجموعه است - روزانه ۷۰ کالری انرژی مصرف می‌کند.

۸. ماهیت گزاره شرطی

گزاره شرطی در زبان طبیعی آنگاه به کار می‌رود که فرض یک امری به عنوان مقدم لازمه‌ای را به عنوان تالی در پی داشته باشد. و به تعبیر دقیق تر قوام شرطی به این است

صدق و کذب آنها.

ناگفته پیداست که این تفسیر از گزاره شرطی، با تفسیر تابع ارزشی - استلزام مادی - تمایز اساسی دارد زیرا در نگرش تابع ارزشی، تنها به صدق و کذب مقدم و تالی توجه شده و از پیوند آنها غفلت می‌شود. بنابراین چهار حالت پیش می‌آید که گزاره شرطی در یک حالت کاذب و در بقیه حالات صادق است ولی در شرطی طبیعی دو حالت بیشتر قابل تصور نیست که در یک حالت صادق و در حالت دیگر کاذب است.

جالب است بدانیم که گزاره ب در زبان طبیعی کاذب است زیرا مقدم مفروض - دارا بودن هشت سیاره برای منظومه شمسی - تالی مذکور - فرد بودن تعداد سیارات منظومه شمسی - را به دنبال ندارد اما همان گزاره در نگرش تابع ارزش صادق است زیرا مقدم آن کاذب است.

۹. شرطی خلاف واقع

ممکن است گفته شود که گزاره ب شرطی خلاف واقع است زیرا «شرطی‌های خلاف واقع درباره واقع نشده‌ها هستند و از این رو مقدم آنها جمله‌ایست کاذب، اما اگر آنها را صادق بدانیم به دلیل کذب مقدم آنها نیست

زیرا اگر مقدم آنها را نگه داریم ولی به جای تالی آنها تقیض آنرا بگذاریم شرطی‌هایی خواهیم داشت که با وجود کذب مقدم صادق نیستند» [۱۲، ص ۱۰۴] مثال:

ج- اگر منظومه شمسی دارای هشت سیاره باشد، تعداد سیارات آن فرد نیست.

گزاره ج صادق است اما صدق آنها به دلیل کذب مقدمش نیست زیرا اگر مقدم آن را نگه داریم ولی به جای تالی آن تقیض تالی را بگذاریم گزاره ب حاصل می‌شود که با وجود کذب مقدم صادق نیست. بدین ترتیب گزاره ب جزء شرطی‌های خلاف واقع بوده و کاذب است و می‌دانیم که شرطی‌های خلاف واقع، استثناء برای نگرش تابع ارزش به شمار می‌آیند. [همان]

چند نکته درباره شرطی‌های خلاف واقع:

اولاً، مگر می‌توان برای قوانین عقلی و منطقی استثناء قائل شد؟ و با فرض استثناء بودن شرطی‌های خلاف واقع، تکلیف استدلال آنها چه می‌شود؟ آیا باید منطق دیگری برای بررسی استدلال‌هایی وضع کنیم که شامل شرطی‌های خلاف واقع هستند؟

ثانیاً، حوزه شرطی‌های خلاف واقع بسیار بیش از آن است که تصور می‌رود زیرا

اگر تالی را در پی نداشته باشد کاذب است و همین حالت کذب است که با نگرش تابع ارزش - صدق - منافات دارد.

حقیقت این است که شرطی‌های موسوم به خلاف واقع با شرطی‌های دیگر تفاوتی ندارد. توضیح اینکه، اگر قوام شرطی را به این بدانیم که مقدم مفروض فلان تالی را در پی دارد در این صورت شرطی‌های خلاف واقع نیز مانند شرطی‌های دیگر، دو حالت خواهند داشت.

اگر مفروض بودن مقدم - دارا بودن هشت سیاره برای منظومه شمسی - تالی مذکور - فرد بودن تعداد سیارات منظومه شمسی - را در پی داشته باشد، شرطی صادق است ولی اگر مفروض بودن مقدم تالی مذکور را در پی نداشته باشد، شرطی کاذب است.

به بیان دیگر، در نگرش تابع ارزش بین دو مفهوم «صادق» و «مفروض» خلط شده و هر مفروضی صادق تلقی شده است در حالیکه مفروض اعم از صادق است زیرا گزاره کاذب نیز می‌تواند مفروض باشد.

۱۰. نقل و نقد برخی دفاعیات حامیان استلزام مادی

۱-۱۰ ضیاء موحد در توجیه جدول

شامل تمام شرطی‌هایی می‌شود که مقدم آنها مربوط به گذشته واقع نشده است^(۱۰) و می‌دانیم که نسبت امور واقع نشده به امور واقع شده قابل مقایسه نیست مثلاً در مقابل یونانی بودن سقراط هزاران احتمال واقع نشده وجود دارد: اگر سقراط ایرانی بود، اگر سقراط اصفهانی بود. اگر سقراط مصری بود، اگر سقراط...! خارج بودن این حوزه گسترده شرطی‌ها از حوزه استلزام مادی، صرف یک استثناء نیست بلکه امر مهمی است که باید توجیه مقبولی برای آن ارائه شود.

ثالثاً، علت پیدایش این معضل این است که در نگرش تابع ارزش، مفروض بودن مقدم و پیوند آن با تالی رعایت نمی‌شود بلکه صرفاً صدق و کذب مؤلفه‌ها لحاظ می‌گردد. در این صورت، بالتبع هر مقدمی درباره واقع نشده‌ها کاذب است و لذا هر گزاره شرطی با چنان مقدمی صادق تلقی می‌شود (مانند گزاره ب) اما از سوی دیگر، اخبار از واقع نشده‌ها به نحو نیست که باید پیوند بین مقدم و تالی لحاظ شود یعنی مقدم - با اینکه کاذب است - مفروض تلقی شود و دقیقاً از همین جاست که معضل شرطی‌های خلاف واقع رخ می‌نماید. زیرا هنگامی که مقدم - با وجود کاذب بودن - مفروض تلقی شود اگر تالی را در پی داشته باشد صادق است ولی

دیدن حسن - نمی توان در مورد صدق یا کاذب آن گزاره شرطی اظهار نظر کرد. پس با این بیان نیز سطر سوم یا چهارم جدول ارزش توجیه نمی شود.

۱۰-۲ اگر باران بیارد زمین تر می شود... این جمله در واقع بدین معنی است که نمی شود باران بیارد و زمین تر نشود و به بیان دقیق تر چنین نیست که (باران بیارد و زمین تر نشود) اما اگر بتوان جمله آغازین را به $p \rightarrow q$ در زبان صوری ترجمه کرد. جمله اخیر را هم باید بتوان به $(P \& \sim q) \sim$ ترجمه کرد. اما این دو جمله نمادین در صورتی در منطق به یک معنی هستند که شرطهای صدق یکسانی داشته باشند. [۱۲]

رکن این استدلال ارجاع شرط به عطف است و از آنجا که مسلماً گزاره عطفی تابع ارزش است^(۲۱) پس گزاره شرطی هم تابع ارزش است. مغالطه این استدلال آنجائست که عطفیه معادل با شرطی، با عطفیه معمولی یکسان انگاشته شده است. توضیح اینکه، هر چند مؤلفه های گزاره عطفی نیز در زبان طبیعی خالی از پیوند نیستند ولی پیداست که ارزش صدق گزاره های عطفی صرفاً از طریق ارزش صدق مؤلفه های آنها تعیین می شود یعنی گزاره عطفی مسلماً تابع ارزش است و لذا چهار حالت برایش متصور است.

ارزش گزاره شرطی گفته است [۱۲] «اگر حسن را ببینم پیام تو را به او می رسانم» در این جمله رساندن پیام مشروط به دیدن حسن شده است. اگر گوینده حسن را ببیند و پیام را هم برساند در گفته اش صادق بوده است و اگر حسن را ببیند اما پیام را نرساند، کاذب... اما اگر گوینده حسن را نبیند یعنی مقدم کاذب باشد، ارزش گفته او چه خواهد بود؟ آنچه مسلم است گوینده را نمی توان کاذب دانست چه رسانیدن پیام را مشروط به دیدن حسن کرده و چون این شرط برآورده نشده پیام را هم نرسانیده است، بنابراین دلیلی ندارد که گوینده را در گفته اش صادق ندانیم. این بدین معنی است که اگر مقدم کاذب باشد، جمله شرطی صادق خواهد بود و این صدق بستگی به صدق و کذب تالی هم نخواهد داشت. از اینجا سطر سوم و چهارم جدول شرطی نیز توجیه می شود.

مغالطه این توجیه آنجائست که «علم نداشتن به کذب» سبب علم داشتن به صدق به شمار آمده است. به دیگر سخن، اگر گوینده حسن را نبیند مسلم است که گوینده را نمی توان کاذب دانست اما این بدین معنا نیست که گوینده صادق است بلکه شق سوم در میان است و آن اینکه تا تحقق مشروط -

دیگر، عطف دو گزاره ظاهراً بی ربط در زبان طبیعی مانعی ندارد، مثلاً می توان گفت:
 α زمین کروی است و دکارت فرانسوی است.

و آن را صادق دانست، زیرا برای صدق گزاره عطفی کافیتست که مؤلفه های آن صادق باشد و لازم نیست که پیوندی بین مؤلفه های آن برقرار باشد. ولی اگر کسی بگوید:
 β اینطور نیست که هم زمین کروی است و هم دکارت فرانسوی است.

در این صورت، مخاطب در زبان طبیعی ناخودآگاه بدنبال پیوند مؤلفه های β خواهد بود و خواهد پرسید که کروی بودن / نبودن زمین چه ربطی به فرانسوی بودن / نبودن دکارت دارد. زیرا گزاره β را معادل گزاره γ می داند:

γ . یا زمین کروی نیست یا دکارت فرانسوی نیست.

و پیدا است که گزاره فصلی در زبان طبیعی مبتنی بر گزاره شرطی است زیرا هر گزاره فصلی مبتنی بر یکی از پیش فرض های زیر است:

- وضع یک مؤلفه مستلزم رفع مؤلفه دیگر است (مانعة الجمع)
- رفع یک مؤلفه مستلزم وضع مؤلفه دیگر است (مانعة الخلو)

در حالیکه گزاره شرطی مسلماً تابع ارزش نبوده و بیش از دو حالت برایش متصور نیست. حال اگر با ترفندی یک گزاره شرطی به گزاره عطفی تحویل شود، درباره تابع ارزش بودن یا نبودن آن گزاره عطفی چگونه می توان قضاوت کرد؟ آیا به سبب عطفیه بودنش تابع ارزش است یا به سبب ناشی از شرطی بودنش تابع ارزش نیست؟

آنچه در استدلال حامیان نگرش تابع ارزش رخ می دهد همان بخش نخست است یعنی بلافاصله به سبب عطفیه بودن آن، تابع ارزش بودنش را استنتاج می کنند، اما می توان پرسید: اگر هویت شرطی به پیوندی است که بین مقدم و تالی برقرار است، آیا می توان شرطی را به عطفیه ای تبدیل نمود که هیچ پیوندی بین مؤلفه هایش برقرار نیست و در این صورت آیا این عطفیه واقعاً معادل آن شرطیه خواهد بود؟

و به دیگر سخن، نفی عطف هم سنخ عطف نیست. گزاره عطفی کاملاً تابع ارزش است یعنی لازم نیست هیچ پیوندی بین مؤلفه های آن برقرار باشد و لذا هر دو گزاره ای را می توان به هم عطف کرد. ولی نفی عطف مستلزم پیوند مؤلفه هاست زیرا مفاد آن این است که فلان گزاره نمی تواند همراه به همان گزاره، صادق باشد^(۲۱) به بیان

● وضع / رفع یک مؤلفه مستلزم رفع /
وضع مؤلفه دیگر است (حقیقیه)

و از آنجا که مؤلفه‌های شرطی در زبان طبیعی مسلماً با هم پیوند دارند، لذا مؤلفه‌های فصلی نیز به هم مربوط هستند، و از آنجا که نفی عطف در زبان طبیعی معادل فصلیه است، بنابراین مؤلفه‌های چنین عطفی نیز باید با هم پیوند داشته باشند.

ممکن است ایراد شود که در منطق سنتی نیز شرطیه اتفاقیه وجود دارد [۱، ص ۲۳۴] و مسلم است که در قوام این شرطی مفروض بودن مقدم یا پیوند مقدم و تالی مدخلیتی ندارد.

در پاسخ گوئیم، منطق‌دانان مسلمان ضمن طرح شرطیه‌های اتفاقیه تصریح کرده‌اند که در قیاس استثنائی تنها شرطیه‌هایی به کار می‌روند که لزومیه باشند [۱، ص ۳۹۰] و [۴، ص ۳۲۹]، به دیگر سخن، اگر هم شرطیه‌های اتفاقیه را شرطی بدانیم مؤید نگرش تابع ارزش نخواهد بود زیرا این شرطیه‌ها نقشی در استدلال ندارند. اگر پرسش شود در منطق سنتی نیز برای شرطیه متصله و منفصله، حالت‌های چهارگانه طرح می‌شود، بنابراین حالت‌های چهارگانه بین دو مؤلفه مختص نگرش تابع ارزش نیست.

گوئیم، همچنانکه گذشت، ملاک صدق یا کذب گزاره مرکب در منطق سنتی پیوند مؤلفه‌ها، و در منطق ریاضی صدق و کذب مؤلفه‌هاست. از این رو در منطق ریاضی صرفاً به صدق و کذب مؤلفه‌ها توجه شده و چهار حالت برای دو مؤلفه طرح می‌شود که صدق یا کذب گزاره مرکب نیز تابعی از صدق و کذب مؤلفه‌هاست. ولی در منطق سنتی پیوند مؤلفه‌ها اولاً و بالذات مورد توجه قرار می‌گیرد. مثلاً در گزاره شرطی مقدم مفروض است - اعم از اینکه صادق باشد یا کاذب - حال اگر تالی - اعم از اینکه صادق باشد یا کاذب - در پی مقدم باشد، شرطی صادق است والا کاذب است. بنابراین چهار حالت مذکور هیچ نقشی در صدق یا کذب گزاره شرطی ندارند.

صدق یا کذب گزاره منفصله نیز به همین منوال است، زیرا منفصله تابعی از شرطی متصله است. (۲۳) با این توضیح که در منفصله مانع‌الخلو فرض نفی یکی از مؤلفه‌ها - اعم از اینکه صادق باشد یا کاذب - مستلزم وضع مؤلفه دیگر است و در منفصله مانع‌الجمع فرض وضع یکی از مؤلفه‌ها - اعم از اینکه صادق باشد یا کاذب - مستلزم نفی مؤلفه دیگر است، و در منفصله حقیقیه فرض نفی / وضع هر کدام از مؤلفه‌ها - اعم

از اینکه صادق باشد یا کاذب - مستلزم وضع / نفی مؤلفه دیگر - اعم از اینکه صادق باشد یا کاذب - است.

۱۰-۳ کواین ضمن انکار مترادف بودن شرطی طبیعی - اگر / آنگاه - و شرطی مادی - D - شرطی مادی را برای اهداف علم کافی می‌داند:

«دانشمند «اگر / آنگاه» را به نفع «D» رها می‌کند بدون آنکه به خطا آنها را مترادف ببانگارد. تنها عامل گزینش «D» از سوی دانشمند این است که در دانش خاص او اهدافی که مستلزم «اگر / آنگاه» هستند، به نحو رضایت‌بخشی با کاربرد خاص «D» و سایر ابداعات حاصل می‌شوند. انگیزه این گزینش عبارتست از: ساده‌تر شدن فعالیت علمی، آسان‌تر شدن محاسبات و مفهوم‌تر شدن دانش. تا زمانی که نمادگذاری جدید، تمام نیازهای دانشمند را برای برنامه علمی‌اش برآورده سازد، وی نگران ناکافی بودن نماد گذاریش برای بیان زبان طبیعی نخواهد بود» [۲۶].

سه نکته اصلی در بیان کواین به چشم می‌خورد:

a - استلزام مادی با شرطی طبیعی مترادف نیست.

b - اهدافی که در دانش خاص دانشمند

مستلزم اگر / آنگاه هستند. به نحو رضایت‌بخشی با کاربرد خاص D حاصل می‌شود.

c - انگیزه این گزینش عبارتست از ساده‌تر شدن فعالیت علمی، آسان‌تر شدن محاسبات و مفهوم‌تر شدن دانش.

(a) مترادف ندانستن استلزام مادی و شرطی طبیعی اعتراف جسورانه‌ای است که بسیاری از منطقدانان زیر بار آن نرفته و درصدد هستند تا شرطی‌های طبیعی را با استلزام مادی توجیه کنند. پیداست که چنین اعترافی برای رهایی از پارادوکسهای استلزام مادی طرح شده است چرا که وخامت پارادوکسها مولود تنافری است که با شهود عرفی و شرطی طبیعی دارند.

اینک جای این پرسش است که مترادف نبودن استلزام مادی و شرطی طبیعی به چه معنایی است؟ از جمله لوازم و ملزومات شرطی طبیعی می‌توان به حاکمیت اصل تناقض، پیوند مقدم و تالی، پیوند مقدمات و نتیجه، معنای شهودی نفی و بدهات قواعدی چون وضع مقدم و برهان خلف اشاره کرد. آیا استلزام مادی از همه این قیدها آزاد بوده و صرفاً یک دستگاه صوری و قراردادی است؟ یا اینکه تنها از زیر بار پیوند مقدم و تالی شانه خالی کرده و بقیه قیود را

می‌پذیرد؟

همچنانکه گذشت، [۵-۱] هر نظام و بلکه هر استدلالی - هر قدر هم صوری باشد - محکوم اصل تناقض است، استلزام مادی نیز از این حکم مستثنا نیست. بنابراین اگر با نقی مترادف بودن استلزام مادی و شرطی طبیعی بتوان از دشواریهای پارادوکسهای مربوطه رهایی یافت، باز هم مشکل فرض اجتماع نقیضین و تخلف از اصل تناقض به قوت خود باقی است.

اما، تمسک استلزام مادی به شهود طبیعی به همین جا ختم نمی‌شود. زیرا استلزام مادی در صوری‌ترین حالت به صورت نظریه برهان^(۲۴) طرح می‌شود. در نظریه برهان، ثوابت منطقی صرفاً از طریق کارکردشان تعریف می‌شوند. [۲۴] ولی همچنانکه پیتر میلن^(۲۵) اشاره کرده، تعریف ثابت نقی از این طریق محال است زیرا هر مقدمه‌ای که برای تعریف ثابت نقی به کار رود لاجرم باید به نحوی شامل خود نقی باشد [۲۲] بنابراین در نظریه برهان، لااقل باید برای تعریف ثابت نقی، به شهود طبیعی مراجعه کنیم.

در اثبات فرا قضیه سازگاری از برهان خلف استفاده می‌شود و جالب اینکه برخی منطقدانان حتی خود برهان خلف را نیز با برهان خلف اثبات می‌کنند [۱۲، ص ۱۳۱] و

در مقام پاسخ به این پرسش که اعتبار قاعده برهان خلف از کجا نشأت می‌گیرد؟ به فرا زبان متمسک می‌شوند، آیا فرا زبان غیر از شهود طبیعی است؟

در اثبات فرا قضیه سازگاری، همچنین از استقراء ریاضی استفاده می‌شود و می‌دانیم که استقراء ریاضی بر محور قاعده وضع مقدم و مفهوم شهودی تالی و بی‌نهایت بنا شده است.

حال می‌پرسیم: استلزام مادی در تمام مراحل نحوی، دلالت‌شناسی و اثبات فرا قضیه‌ها به نحوی از شهود طبیعی بهره می‌برد. آیا با این وجود، باز هم می‌توان از عدم ترادف دو استلزام مادی و طبیعی دم زد.

ممکن است ایراد شود که برای مترادف نبودن دو استلزام مادی و طبیعی وجود یک اختلاف کافی است و آن عبارتست از حاکمیت نگرش تابع ارزش بر استلزام مادی و عدم حاکمیت آن بر استلزام طبیعی. و به دیگر سخن، استلزام مادی نیز مانند استلزام طبیعی محکوم اصل تناقض، معنای شهودی نقی و اعتبار شهودی قواعدی چون وضع مقدم و برهان خلف است ولی برخلاف استلزام طبیعی، پیوند مؤلفه‌ها در گزاره‌های شرطی و استدلال را ضروری ندانسته و آنها را تابع ارزش مؤلفه‌هایشان به شمار می‌آورد

و همین برای غیر مترادف دانستن آنها کافیتست.

در پاسخ گوئیم، با فرض اینکه چنین تفکیکی - پذیرش اصول مذکور از یکسو و انکار پیوند مؤلفه‌ها از سوی دیگر - ممکن باشد در این صورت نمی‌توان در استلزام مادی از این اصول شهودی تخطی کرد در حالیکه برهان لوئیس بوضوح از اصل تناقض عدول کرده است.

ولی نکته مهم‌تر این است که آیا چنین تفکیکی ممکن است؟ آیا می‌توان به پذیرش شهودی اصل تناقض، معنای نفی و اعتبار قواعد وضع مقدم و برهان خلف تن داد و از پذیرش پیوند مؤلفه‌های شرطی و استدلال سرباز زد؟

آیا می‌توان شرایط کذب گزاره شرطی - و معنای مثال نقض - را به صورت شهودی تلقی کرد ولی در تعیین شرایط صدق گزاره شرطی از شهود فاصله گرفت؟

(b) منظور از دانش خاص چیست؟ اگر منظور یک دانش خاص است که اهداف آن دانش با کاربرد \supset به جای اگر / آنگاه به نحو رضایت بخشی حاصل می‌شود باید گفت که منطق و استدلال مختص یک دانش خاص نیست و تمام نظام‌های فکری بدان محتاجند. ولی اگر منظور، هر دانش خاص است باید

گفت که اولاً، همه دانشهای موجود براساس استلزام مادی تحلیل و بررسی نشده‌اند و ثانیاً، تحلیل دانشهایی مانند فلسفه براساس استلزام مادی ممکن نبوده و محتاج نظام‌های پیشرفته‌تری - مانند منطق آزاد - (۲۶) است و ثالثاً، تحلیل برخی مسائل براساس استلزام مادی نه تنها موجب حل آن مسائل نشده بلکه پاره‌ای مشکلات دیگر را فراروی دانشمندان قرار داده است.

(c) مفاهیمی چون «ساده‌تر، آسان‌تر و مفهوم‌تر» مفاهیم نسبی و مقایسه‌ای هستند یعنی محاسبات و فعالیت‌های علمی از طریق استلزام مادی، آسان‌تر و ساده‌تر از محاسبات و فعالیت‌های علمی‌ای هستند که «غیر از طریق استلزام مادی» صورت گرفته‌اند. منظور از عبارت «غیر از طریق استلزام مادی» چیست؟ با توجه به تاریخ مقاله کواین (۱۹۵۳) می‌توان حدس زد که منظور وی احتمالاً شامل استلزام اکید و منطق ارسطویی می‌شود.

اما اولاً، استلزام اکید و منطق ارسطویی تنها نظام‌هایی نیستند که ارائه شده‌اند بلکه نظام‌های دیگری - به ویژه پس از ۱۹۵۳ - تأسیس گشته است. و ثانیاً استناد به سادگی و آسانی از نوع استدلال وضع تالی بوده و قطعی نیست یعنی نمی‌توان مطمئن بود که این

مجموعه‌های فازی (۱۳۷۸) انتشارات جهاد دانشگاهی مشهد.

[۷] کواپن. و. و. کل‌گرایی، ترجمه اعتماد شاپور، دیدگاه‌ها و برهان‌ها (۱۳۷۵) نشر مرکز، ص ۳-۸۲.

[۸] مالدینوسکی. گ. منطق‌های چندارزشی، ترجمه اسلامی اسفندیار (۱۳۷۶) انتشارات دانشگاه شهید باهنر کرمان.

[۹] مطهری. مرتضی، اصول فلسفه و روش رئالیسم، ج ۲، مقاله پنجم، پاورقی ۲۴ (۱۳۶۲).

[۱۰] مطهری. مرتضی، شرح مبسوط منظومه، ج ۲، انتشارات حکمت، چاپ سوم (۱۳۶۷) ص ۳۵۸-۲۹۷.

[۱۱] مگی. ب. فلاسفه بزرگ ترجمه فولوندع. (۱۳۷۷) انتشارات خوارزمی، ص ۵۱۲.

[۱۲] موحد. ضیاء، درآمدی بر منطق جدید (۱۳۶۸) سازمان انتشارات و آموزش انقلاب اسلامی.

[۱۳] نبوی. لطف‌الله، مبانی منطق جدید (۱۳۷۷) انتشارات سمت

[۱۴] ویتگنشتاین. ل. رساله منطقی - فلسفی (۱۹۱۸) ترجمه عبادیان م. (۱۳۶۹) انتشارات جهاد دانشگاهی شماره ۴۵۲، ۵.

[15] Anderson A.R. & Belnap N.D. Entailment (1990) princeton university press

اوصاف صرفاً مولود استلزام مادی هستند بلکه می‌توانند مولود عامل دیگری باشند. به بیان دیگر، تفاوت اصلی منطق ریاضی و منطق ارسطویی در استلزام مادی نیست بلکه تفاوت اصلی در بنیان محاسباتی آنهاست که در منطق ارسطویی قیاس اقترانی و در منطق ریاضی، حساب گزاره‌هاست و ناگفته پیداست که اوصافی مانند سادگی و آسانی مولود محوریت حساب گزاره‌ها به جای حساب محمولات است.

منابع:

[۱] ابن‌سینا، الشفاء القیاس، منشورات مکتبه آیت‌الله العظمی المرعشی النجفی (۱۴۰۴ ق).

[۲] اعتماد. شاپور، دیدگاه‌ها و برهان‌ها (۱۳۷۵) نشر مرکز، ص ۲۱.

[۳] دشت بزرگی. مهدی، کواپن و دو اصل جزئی پوزیتیویسم منطقی، مجله مدرس، زمستان (۱۳۷۸) ص ۱۸۰.

[۴] راوندی. قطب‌الدین، شرح المطالع، انتشارات کتبی نجفی.

[۵] راشتنباخ. ه. پیدایش فلسفی علمی، ترجمه اکرمی م. (۱۳۷۱) شرکت انتشارات علمی و فرهنگی، ص ۲۶۴.

[۶] طاهری. سیدمحمد، آشنایی با نظریه

[26] Quine W.V. The ways of paradox (1979) p. 150.
 [27] Read S. Relevant logic (1989) p. 23.
 [28] Rice H. Entailment, Mind (1986) p. 347.
 [29] Sainsbury M, logical forms (1997) p. 15.
 [30] Sanford D.H. it pthen Q (1989) p. 61.

p. xxii.
 [16] Copi I.M. Symbolic logic (1979) Macmillan publishing co.
 [17] Curley E. Development of lewis' strict implication. Notre dame Journal of formal logic (1975) p. 518. 526.
 [18] Dunn M Relevance logic & Enteilment. Hand Book of philosophical logic (1986) Vol III.
 [19] Ilaack. S. Philosophy of logics (1991) cambridge university press. p. 19.
 [20] Hughes G.E. & Cresswell M.E. A new introduction to modal logic (1996).
 [21] Kneale W & M. The Development of logic (1978) Clarendon press, Oxford p. 480.
 [22] Milnc, P. Rules of inference & The meaning of the logical constants. Syntheses (1994) 100: 49-94.
 [23] Nolt. J. Logics (1997) wads worth publishing company, p. 48.
 [24] Prawitz D. Geentzen's Analysis of first order preoofs. A philosophical companian to first order logic (1993) p. 202.
 [25] priest. G. An introduction to non classical logic (2001) cambridge university press.

پی نوشتها:

1- The Begriffsschrift

2- Natural deduction

3- tableau method

۴- EX FALSO QUDLIBET، از دروغ هرچه را خواه.

۵- VERUM EX QUDLIBET راست را از هرچه بخواه.

6- Nelson

7- Parry

8- Geach

9- Contradiction

10- Reductio ad absurdum.

۱۱- در ادامه ابعاد مختلف بحث تحت عنوان سؤال (س) و جواب (ج) طرح خواهد شد.

۱۲- ناگفته پیداست که همین استدلال نیز مبتنی بر محال بودن اجتماع نقیضین است!

13- Liar Paradox

از قاعده وضع مقدم است.
 ۲۰- گفتنی است شرطی‌های خلاف واقع می‌تواند شرطی‌هایی را نیز در بر بگیرد که درباره آینده واقع نشدنی است. مثلاً اگر در آینده خورشید به دور زمین بچرخد، روزها بلندتر می‌شود.
 ۲۱- و اتفاقاً به همین دلیل در منطق سنتی در کنار گزاره‌های شرطی و فعلی به صورت مستقل طرح نشده است.
 ۲۲- عطیفیه‌هایی که در بحث تناقض در موجّهات منطق سنتی طرح می‌شود [۴، ص ۱۷۰] از این نوع می‌باشند لذا آنها نیز تابع ارزش نیستند.
 ۲۳- و به همین دلیل، در منطق سنتی، گزاره‌های منفصله در ضمن گزاره‌های شرطی طرح می‌شود [۴، ص ۲۰۰]

- 24- proof theory
- 25- Peter Milne
- 26- free logic

14- wel formed

15- syntan

16- semantic

۱۷- به گمان منطقدانان ریاضی، در این منطق هرگاه به فرمول $(p \wedge \sim p)$ که بیانگر اصل تناقض است تصریح نشود، در استدلال مورد استفاده قرار نگرفته است در حالیکه اصل تناقض چنین نیست اگر ایراد شود که توتولوژیها جزء مقدمات هر استدلالی هستند پاسخ این است که اولاً، از این جهت نقشی در استدلال ندارند والا همه استدلالها یکسان می‌شدند و ثانیاً، همه توتولوژیها از این جهت یکسان هستند در حالیکه در ما نحن فیه، اصل تناقض با بقیه اصول متفاوت است. حتی اصول بدیهی هم بدان محتاجند.

۱۸- گفتنی است که هیچ دستگاه اصل موضوعی بدون لااقل یک قاعده استنتاجی - وضع مقدم - قابل تأسیس نیست [۱۹].
 ۱۹- جالب است که همین نقد نیز خود موردی

