بحثی پیرامون فلسفه ریاضی کانت

دکتر علی لاریجانی

چکیده

فلسفه ریاضی کانت، بخش مجزایی از نظام فلسفی وی نیست، که بتوان جدای از سایر مسائل فلسفی کانت، مدنظر قرار داد. بلکه در درون سیستم فلسفی کانت، باید چنین موضوعی را پژوهش نمود اما از آن جهت که کانت عمیقاً خصوصیات ریاضیات را مورد توجه قرار داده است - یعنی قضایای تالیفی ماتقدم که بر شهود ابتناء دارد - تا از این طریق متافیزیکی جدید بنیان نهد، در مبانی ریاضیات به آراء خاصی واصل گردیده است که جای تأمل و تحقیق دارد.

از طرفی فلسفه کانت با ریاضیات عصر او مرتبط است و بدون شناخت ریاضیات آن عهد نمی‌توان به کنه نگاه وی دست یافت، بدین جهت در این مقاله نیم‌نگاهی به تاریخچه ریاضیات و تعامل آن با نظامهای فلسفی افکنده و سپس به فلسفه کانت درباب ریاضیات پرداخته شده است.

بحث و بررسی پیرامون موضوعات علم ریاضی همیشه در نظر فیلسوفان و حکیمان مطرح بوده است. فیثاغورس [1] فیلسوف یونان باستان، از جمله فلاسفه‌ای است که در موضوع «عدد» نظری مهم ارائه نمود، به حدی که عدد را، اصل و ریشه موجودات عالم می‌پنداشت. همین تعلق‌خاطر را در آثار افلاطون هم می‌توان دید، به طوری که وی برای ریاضیات، علاوه براینکه در شناخت شناسی محل قابل اعتنایی قائل بود، در مباحث وجود شناسی [2] نیز جایگاهی بالاتر از عالم محسوس درنظر داشت. تأثر افلاطون از ریاضیات را حتی در نظریه پردازی مربوط به تکوین عالم می‌توان مشاهده نمود.ارسطو[3] شاگرد ممتاز افلاطون [4]، نیز به مباحث ریاضی و ماهیّت عدد، مکان، بی‌نهایت و... پرداخته و آراء مهمی را مطرح نمود که سالها نزد فلاسفه مرجع مباحث فلسفی در این باب بود. وی کتاب سیزدهم (مو) از متافیزیک خویش را تماماً به بحث پیرامون موضوعات ریاضی اختصاص داده است. نگاه ارسطو به موضوعات ریاضی،نگاهی فلسفی است و تماماً به بحث وجود شناسی موضوعات ریاضی مربوط می‌گردد. این گرایش هم در بین حکمای اسلامی و هم در بین حکمای قرون وسطی نیز ادامه یافت. اگر در آثار فلاسفه اسلامی، نظیر ابن‌سینا، ملاصدرا و... تأمّل شود، ملاحظه می‌گردد آنان نیز به بررسی موضوع ریاضیات تعلق خاطر داشتند. اما همگی به بحث وجود و ماهیت موضوعات ریاضی می‌پرداختند. ابن‌سینا، مقاله سوم از فصل پنجم و همچنین فصل دوم و فصل سوّم از مقاله هفتم کتاب الهیات شفا را به بررسی و تحقیق ماهیت عدد اختصاص داده است.

عنوان فصل دوّم شفا چنین است:

> فی اقتصاص مذاهب الحکماء الاقدمین فی المثل و مبادی التعلیمات و السبب الداعی الی ذلک و بیان اصل الجهل الذی وقع لهم حتّی زاغوالاجله.

و فصل سوم را اختصاص به اقوالی داده است که نظریه مثل را پذیرفته‌اند. در آنجا می‌گوید:

> ان العدد له وجود فی‌الاشیاء، و وجود فی‌النفس و لیس قول من قال: ان العدد لا وجود له الّا فی‌النفس بشیء یعتدبه، و امّا ان قال: ان العدد لا وجود له مجرداً عن المعدودات التی فی الاعیان الّا فی النفس، فهو حق

دراینجا، شیخ برای عدد، وجودی خارج از معدودات قائل نیست که مجرد از

این کمدی، بلکه تراژدی وضع فعلی علم است که می‌پندارد با اصالت تحصل می‌تواند بر اصالت تحصل غلبه کند.

معدودات وجودی در اعیان داشته باشند، اما وجود عدد در ذهن را جدا از معدودات قبول دارد، یعنی عدد، درواقع وجودی ذهنی دارد و در عالم خارج همراه با معدودات خواهد بود. ابن‌سینا درباره اعداد نظری خاص هم دارد که هریک از آنها، یک نوع محسوب می‌شوند:

> کلّ واحد من الاعداد فانه نوع بنفسه، و هو واحد فی نفسه من حیث هو ذلک النوع و له من حیث هو ذلک النوع خواص

از این سنخ مباحث در آثار ابن‌سینا و سایر حکماء مطالب زیادی وجود دارد که همگی آنها پیرامون وجود و ماهیت موضوعات ریاضی است.

در بین حکمای قرون وسطی نیز افرادی نظیر اگوستین قدیس[5]، جرالد براسل[6]، پیتر لومبارد[7]، آلبرت کبیر[8]،ویلیام اکام[9]، به مباحث ریاضیات - البته از دیدگاه فلسفی - تعلق خاطر داشتند. مخصوصاً اگر قلمرو ریاضی را به موضوعاتی نظیر زمان و مکان و حرکت - آنگونه که کانت مربوط می‌دانست - تسری دهیم، باید گفت که اکثر فلاسفه در این باب به ژرف اندیشی و کاوش پرداخته‌اند.

از زمانی که علم جدید رخ برنمود و ساختاری ریاضی گونه یافت، گرایش فلاسفه به موضوعات ریاضی به حوزه روش ریاضی نیز توسعه یافت. زیرا علم جدید با تعامل بسیار نزدیکی که با ریاضیات پیدا کرد به پیشرفت‌های شگرفی نائل آمد. و همین امر در حوزه فلسفه نیز تأثیر گذاشت.

مقایسه علم جدید و قدیم

هایدگر[10] فیلسوف شهیر آلمانی، در رساله علم جدید، مابعدالطبیعه و ریاضیات[11]، در مقام مقایسه خصوصیات علم جدید و قدیم، با سه ویژگی، علم جدید را از علم قدیم ممتاز گرداند:

خصوصیت اول

علم جدید از واقعیت‌ها آغاز می‌شود، درحالیکه علم قرون وسطی و علم قدیم با احکام کلّی عقلی و مفاهیم، شروع می‌شود.[12]

هایدگر می‌گوید:

> این نقطه نظر به یک اعتبار صحیح است، اما این حقیقت نیز قابل انکار نیست که علوم قدیم و میانه نیز واقعیت را

مطمح‌نظر داشتند. و از طرفی علم جدید، نیز با احکام و مفاهیم کلّی سروکار دارد، و شدت چنین برداشتی آنقدر است که حتّی گالیله و پیروانش با همه سرزنشی که به علم مدرسی داشتند، خود مورد سرزنش واقع شده‌اند، زیرا دانش مطروحه آنان نیز به نوعی همان علوم انتزاعی بود که از قضایا و اصول کلّی حاصل شده بود.[۱۳]

هایدگر معتقد است که عظمت علوم طبیعی در خلال سده‌های شانزده و هفده مرهون این واقعیت است که همه علماء و دانشمندان، به نوعی خود فیلسوف بودند و براین نظر بودند که واقعیت محض و صرف وجود ندارد، بلکه واقعیت فقط آن چیزی است که در تحت مفاهیم اساسی و بنیادین، وجود و ظهور دارد، و همیشه به این مطلب وابستگی دارد که آن مفهوم چقدر و چگونه مورد بررسی واقع می‌شود. بنظر هایدگر، این اشتباه پوزیتیویست‌های جدید است که می‌پندارند مفاهیم که صرفاً نقش وسائل و ابزار، دارند و هرکس با هر مشربی فلسفی بدآنها نیازمند است، نمی‌بایست با واقعیت مخلوط شوند، زیرا که در آن صورت فلسفه حاصل می‌شود و نه علم!

هایدگر می‌گوید:

این کمدی، بلکه تراژدی وضع فعلی علم است که می‌پندارد با اصالت تحصّل می‌تواند بر اصالت تحصّل غلبه کند.[۱۴]

خصوصیت دوم

به نظر هایدگر، تفاوت دیگر علم جدید، تجربه می‌باشد. دانشمندان معتقدند که علم جدید آراء و نظریات خویش را با تجربه به اثبات می‌رساند.

هایدگر می‌گوید:

تجربه که اطلاع از رفتار اشیاء است (از طریق تنظیم اشیاء و وقایع) در زمانهای قدیم و اعصار میانه برای دانشمندان مطرح‌بوده است. و تجربه، مبنای هرگونه تماس و برخورد، با اشیاء در علوم و فنون و استفاده از ابزارها بوده است.[۱۵]

خصوصیت سوم

هایدگر خصوصیت سوم علم جدید را اینگونه ارائه داده است:

علم جدید پژوهشی «قابل محاسبه» یا «حساب‌مند»[۱۶] و قابل اندازه‌گیری و سنجیده است.[۱۷]

بنظر هایدگر این ویژگی «ریاضی گونه بودن» اختصاص دارد به علم جدید، و در علوم قدیم بدین نحو نبوده است، هرچند با

«اندازه و عدد» سروکار داشته‌اند.(۱۸)

هایدگر با بررسی سه ویژگی مطروحه در علم جدید به این نتیجه می‌رسد که:

ویژگی اصلی علم جدید «ریاضی بودن» آنست.

وی می‌گوید:

از زمان کانت این نظر مطرح بوده است که هر نظریهٔ خاص درباب طبیعت، فقط وقتی به علم حقیقی منجر می‌شود که ریاضیات تا همان حد پیش‌رفته باشد.(۱۹)

البته لازم به تذکر است که مفهوم «ریاضی بودن» در علوم مختلف، مفهوم نسبتاً پیچیده‌ای است و بین آنچه تصور هایدگر را از ریاضی بودن علوم شکل می‌دهد و اصطلاح «ریاضی بودن» علوم که امروز متداول است، تفاوتهایی نهفته است.

آنچه امروز به «ریاضی شدن» بخشی از معارف معروف است، بدین معنی است که عالم موفق شده است برای مطالعه پدیده موردنظر «مدلی ریاضی» اختراع نماید و اختراع مدل یکی از کارهای اساسی در کاوشهای علمی است. دو کار مهم دیگر عبارتند از «ارزیابی مدل مخترع» و «بکارگیری آن مدل برای حل مسائل مطروحه».

اینکه ما در فهم پدیده‌های عینی (خارجی) قائل به مدل سازی بشویم و سپس آن مدل را به نحوی ارزیابی کنیم، در علم قدیم وجود نداشت و این امر از مشخصه‌های علم جدید، در قرن بیستم است. وقتی ما برای پدیدهٔ مورد مطالعه، مدلی ریاضی می‌سازیم، در آنصورت مباحث مختلف برمبنای آن مدل، «اندازه» می‌پذیرند و رابطه‌های خاص با دیگر اجزاء پیدا می‌کنند، که ممکن است کاملاً غیرواقعی و خیالی باشند! زیرا مدل، الزاماً در تمام جهات، مدل واقعی نیست! اما قدرت علم جدید در این تردیدگرایی نیست، بلکه در قدرت ابزار ریاضی است که پس از اختراع مدل در اختیار عالم قرار می‌گیرد.

تأثیر متقابل فلسفه و ریاضیات

علم جدید در حوزه ریاضیات هم تأثیرات متقابلی ایجاد کرده است. «ریاضیات» یعنی علمی که مدلهای مورد نیاز سایر معارف را به شکل ریاضی می‌سازد و توسعه می‌دهد و شکل ریاضی هم یعنی: روش استنتاجی محض(۲۰). بنابر این تلق امروز از ریاضی کردن، و اصولاً ساختار خود علم ریاضی، با گذشته تغییر عمده‌ای کرده‌است. ولی گرایش به «ریاضی

شدن» از گذشته وجود داشت، اما تلقی‌ها در این امر عوض شد و می‌توان گفت نزد فیلسوفان بعد از رنسانس دغدغهٔ خاطر در امر ریاضی کردن معارف وجود داشت، اما در مسیر کار، هم محتوای تلقی عوض گردید و هم تأثیری که روند علوم و فلسفه در خود ریاضی داشت، تغییر یافت.

حال هر تعبیر از ریاضی نمودن معارف را اختیار نمائیم، ملاحظه می‌شود از عصر دکارت[۲۱] به بعد، یعنی دوران لایب‌نیتس[۲۲]، کانت و... نحوه تفکر فلسفی نسبت به موضوعات ریاضی، با گذشته تا حدّ زیادی متفاوت گردید. اگر فیلسوفان گذشته عمدتاً به بحثهای وجود و ماهیت موضوعات ریاضی می‌پرداختند، در نگاه جدید، روش ریاضی نیز تا حدّ زیادی مدّنظر قرار گرفت و به انحاء مختلف به قلمرو فلسفه وارد شد. به نحوی که اسپینوزا[۲۳]، کتاب اخلاق[۲۴] را دقیقاً بر سیاق کتب ریاضی تدوین نمود. یعنی از مفاهیم و تعاریف و اصول متعارف و اصول موضوعه آغاز نمود و هرقدمی که در توسعه مباحث فلسفی برمی‌داشت آنرا به شیوه ریاضی‌دانان و به شکل یک قضیه، ارائه می‌کرد.

در طول تاریخ بشری می‌توان دو نوع تعامل بین فلسفه و ریاضیات را به نحوه اجمال مشاهده نمود:

نوع اول

تأثیر و تأثر متعارف بین ریاضیات و فلسفه است، که از دیرباز وجود داشت. زیرا ریاضیات و فلسفه، هر دو علمی هستند که از نظر روش و ابتناء بر برهان، به یکدیگر نزدیک هستند. و این امر به حدّی در اذهان فلاسفه جلوه نموده بود که در دوران قدیم، علمای فلسفه و ریاضیات، قائل به نوعی وحدت مابین این دو علم بودند. در یونان قدیم که بحث ثبات و تغییر، مطرح بود و جزء مسائل مهم مورد نظر فیلسوفان قبل از سقراط[۲۵] نظر پارمنیدس[۲۶] و زنون[۲۷] و همینطور فیلسوفان بعد از سقراط نظیر افلاطون و ارسطو به‌شمار می‌رفت، حقایق ریاضی در زمره معارفی محسوب می‌شد که متعلق به قلمرو «بودن» می‌گردیدند و از هرگونه تغییری مبرّا بودند. شاید به همین دلیل بود که در نظام هستی‌شناسی افلاطون، عالم ریاضیات بالاتر از عالم محسوس و پائین‌تر از عالم صور، محسوب می‌شد و بهر تقدیر از عالم تغییرات و «شدن»ها تعالی داشت. عمده اشتغالات ذهنی فلاسفه در این مرحله به بحث وجود و ماهیت موضوعات ریاضی اختصاص یافته بود. سؤال از اینکه

«عدد چیست»؟ آیا «عدد»، وجودی مستقل از اشیاء دارد یا اینکه مفهومی مجـرد است؟ آیا عدد را ذهن می‌سازد و دنیای خارج در آن هیچ نقشی ندارد؟ یا اینکه اعداد مُثُل یا صور محسوب می‌شوند؟ آیا عـدد صـورتی است ساخته ذهـن بـشر در درون سـیستم اصول موضوعی و اصول متعارف، که آنهـم ساخته ذهـن است؟ ایـنها سـؤالات قـابل توجهی بودند.

پرداختن به این نوع سـوالات از آغـاز فلسفه تا امروز وجـود داشـته و دارد و در طول تاریخ تفکر بشری، هر سیستم فـلسفی براساس مبانی مـتافیزیکی پـذیرفته شـدهٔ خود، به طریق خاص بدان پاسخ داده است.

از طرف دیگر ریاضی‌دانان هم از فلاسفه و مباحث آنان متأثر بودند، نحـوه انـتخاب اصول متعارف در بین ریاضی‌دانان غالباً از نگـرش‌های فـلسفی زمـان خـود تأثـیر می‌پذیرفت. اگر اقلیدس[۲۸] در تأسـیس و معماری هندسه خویش به اصـول یـقینی و لایـتغیّر اتکـا مـی‌نماید، احـتمالاً از فـلسفه افلاطون و «نظریه مُـثُل»[۲۹]، مـتأثر است. بـنابرایـن ایـنگونه تـعامل بـین فـلسفه و ریـاضیات کـه عـمدتاً بـه بحث‌هـای وجودشناسی مـوضوعات ریـاضی از یک طرف و نحوه گزینش اصول متعارف از طرف دیگر، مربوط مـی‌شود، در همـه دوران‌هـا وجود داشته‌است.

نوع دوم

نوع دیگر تـعامل فـلسفه و ریـاضیات تاثیر و تأثّر روشمند فلاسفه و ریاضی‌دانان بر یکدیگر است. این امر را می‌توان تا حدود زیادی در دوران جدید، یعنی بعد از دکارت، مشاهده نمود. فـلسفه و ریـاضیات در ایـن دوران نه‌تنها از نظر موضوعات با یکـدیگر تعامل دارند، بلکه روشهای آنان نیز قرابت پیدا کرده است. مثلاً اگر حیثیّت دکارت به عنوان یک فیلسوف را، با حیثیّت دکارت به عـنوان یک ریـاضی‌دان از یکـدیگر جـدا نماییم، آنگاه فـلسفه دکـارت را بـا هـندسه تحلیلی وی مقایسه کنیم، مشاهده می‌شود که بحثهای فلسفی دکارت، صرفاً درباب ماهیّت عدد و مبانی هندسه نیست، بلکه تأثـیرات این دو قلمرو بسی بیشتر از حدود گـذشته است. رکن فـلسفه دکـارت در «وضـوح و تمایز» ایده‌ها و تصورات است که به نحوی به شهودی بودن و بعضاً فطری بودن آنان منجر می‌شود. درست نظیر آنچه در ریاضیات به عنوان اصول یقینی و شهودی بودن (مطابق ریاضیات آن زمان) اصول متعارف مشاهده می‌کنیم. در فلسفه دکارت براساس تصورات «واضـح و مـتمایز» تـمامی فـلسفه، دوبـاره

بازسازی و ساخته می‌شود تا قدم‌به‌قدم به یقین برسیم. در ریاضیات نیز براساس اصول متعارف، باید گام‌به‌گام به تأسیس قضایای ریاضی پرداخت. در فلسفه دکارت، مکان عبارت است از «بعد» و بنابراین مفهوم «خلاء» نیز مطرح می‌شود. در هندسه تحلیلی دکارت، کل ریاضیات - اعم از حساب و هندسه - براساس محورهای مختصات طرّاحی می‌شود که دقیقاً نظیر نظریه «بعد» در نظام فلسفی وی است. در نظام فلسفی دکارت، همه تصورات باید جنبه وضوح و تمایز را داشته باشند یعنی به نوعی شهودی باشند. البته این شهود ممکن است ظهور و وضوح ذهنی باشد. در هندسه تحلیلی تلاش شده است عدد از حالت انتزاعی بیرون آید و اعمالی که ارتباط با علم حساب پیدا می‌کند، شهودی گردند. یعنی ظهور و بروز بهتری پیدا کنند. لذا در سیستم هندسه تحلیلی[۳۰]، اعداد بصورت بردار و در روی محورهای مختصات نشان داده می‌شوند بنابراین همانگونه که موضوعات هندسه ظهور دارند، حساب نیز این وضع را پیدا می‌کند.

این وضع در مورد لایب‌نیتس نیز قابل بررسی است. لایب‌نیتس به عنوان یک فیلسوف، در نظام فلسفی خود معتقد به مونادهاست. مونادها[۳۱] جواهر بی‌بُعد هستند که همه اشیاء از آنها بوجود می‌آیند. در سیستم ریاضی لایب‌نیتس، با نظریه حساب بی‌نهایت کوچکها[۳۲] مواجه هستیم. «بی‌نهایت کوچک‌ها» در سیر تکاملی ریاضیات امری مهّم تلقّی می‌گردد. «بی‌نهایت کوچک‌ها» اجزاء بسیار جزئی در ریاضیات محسوب می‌شوند که برای آنها بعدی یامقداری متصور نیست و همیشه کوچکتر از آنها نیز در ریاضیات وجود دارد. و در آنالیز ترکیبی، ما با دسته‌های مختلفی از اشیاء متمایز ریاضی مواجه هستیم که هریک از آنها دارای شخصیت فردی خاص خویش هستند و در کلی‌ترین حالات از ما می‌خواهند که روابطی را که بین این موجودات متفاوت وجود دارد بدست آوریم.

از طرفی حساب دیفرانسیل که در مورد قلمروهای پیوسته مطرح است به نوعی از نظریه «بی‌نهایت کوچک‌ها» استفاده می‌کند. «بی‌نهایت کوچک‌ها» در ریاضیات لایب‌نیتس، نقشی شبیه به «مونادها» در فلسفه او دارند. لایب‌نیتس تحت تأثیر نظریه آنالیز ترکیبی خود، بنای «منطق ریاضی»[۳۳] را گذاشت. او مصراً قائل بود که نظامهای ریاضی می‌توانند قالب خوبی برای مبانی

تفکر باشند.

این نمونه‌ها نشان‌دهنده جریان عمیق از تعامل فلسفه و ریاضیات می‌باشد که نسبت به تعامل نوع اوّل، ژرفتر است. از این مطالب، مهمتر، اینست که فیلسوفان این دوران چنان شأنی برای ریاضیات قائل بودند که حوزه‌های دیگر معرفت را در صورتی موفق می‌پنداشتند که به قلمرو ریاضیات تأسّی نمایند. دکارت آنچنان به ریاضیات و شیوه‌های آن دلبسته بود که نظامهای متقن ریاضی را بهترین شیوه برای معرفت‌شناسی در حوزه‌های مختلف می‌دانست. و عقاید گوناگون فرقه‌های فلسفی مشّاء را شاهد نظریه خویش می‌دانست، که چون دارای نظامی دقیق، نظیر نظام ریاضی نیستند، دچار اینهمه آراء مختلف شده‌اند. احتمالاً دکارت در این گرایش، تحت تأثیر کلاویوس بود. کلاویوس در مقدمهٔ رساله مجموعه آثار ریاضی - چاپ ١٦١١ - می‌نویسد:

> نظامهای متقن ریاضی، هرچیزی را که قابل بحث باشد با قاطع‌ترین برهان، مبرهن و مدلّل می‌سازند. بطوری که در ذهن دانشجو تولید علم می‌کنند و هرگونه تردیدی را از آن می‌زدایند. اما درباب سایر علوم به دشواری می‌توان چنین حرفی زد. چون غالباً عقل در آنها (سایر علوم) نسبت به درستی نتایج حاصله همچنان مردّد می‌ماند. چراکه می‌بینند عقاید و آراء گوناگون و احکام، سخت با یکدیگر متعارضند. اگر از بقیه فلاسفه چشم بپوشیم، وجود همین فرقه‌های متعدد مَشّاء، برای اثبات مدعا کافی است. اینها که مانند شاخه‌های متعدد یک تنه، همه از ارسطو منشعب شده‌اند، هم با یکدیگر و هم، گاه با خود ارسطو که ریشهٔ آنها است، آنچنان اختلاف دارند که اصلاً محال است بتوان فهمید ارسطو چه‌می‌گفته و آیا اصلاً موضوع بحث فلسفهٔ او «الفاظ» بوده است یا «اشیاء». به همین جهت است که بعضی از شارحان ارسطو از یونانیان و بعضی هم از نویسندگان لاتین، برخی از مسلمانان، گروهی از اصحاب تسمیه و بعضی از اصحاب اصالت واقع پیروی می‌کنند و با این همه هنوز هم، هرکدام به خود می‌بالند که مشّائیند.

گمان می‌کنم هرکسی خوب می‌تواند بفهمد که این گفته‌ها با براهین ریاضی چقدر فاصله دارند. قضایای اقلیدس و همچنین قضایای سایر ریاضی‌دانان، امروز هم همان حقیقت محض و اعتبار

نتایج و اتقان براهین را دارند، که چندین قرن پیش در مدارس داشتند... بنابراین چون سیستم‌های ریاضی آنچنان خود را منحصراً وقف عشق به حقیقت و پروراندن آن کرده‌اند، هیچ مطلب کاذب - و حتی محتملی - را در آنها راه نیست... بی‌گمان از میان همه علوم، باید مقام اوّل را به ریاضیات بدهیم.[۳۴]

ژیلسون معتقد است، دکارت به جای اینکه مانند کلاویوس نتیجه بگیرد که ریاضیات در میان علوم مقام اول را دارد، نتیجه گرفت که تنها معرفت ریاضی است که می‌توان نام معرفت بر آن نهاد. و از اینجابدین نتیجه رسید که:

در واقع حساب و هندسه، نه‌تنها علومی هستند که باید به مطالعه آنها پرداخت بلکه در پژوهش برای یافتن شاهراه حقیقت نباید خود را به چیزی سرگرم نمود که نتایج آن در قطع و یقین از نتایج حاصل از براهین حساب و هندسه کمتر باشد.[۳۵]

این عبارت و شواهد بسیار دیگر در آثار دکارت نشان می‌دهد که این فیلسوف تنها علم راستین را، ریاضیات می‌دانست و در پی آن بود تا فلسفه رابه یقین و قطعیت ریاضیات برساند، لذا روش ریاضی را در فلسفه پیگیری نمود.

نمونه‌هائی از گرایشهای ریاضی - فلسفی در دوران قدیم و جدید

از نتایج تعامل علوم ریاضیات و فلسفه، گرایشهایی بود که از دیرباز در عالم فلسفه بوجود آمد و خصوصیات آنها، امروز هم در بین متعاطیان فلسفه ریاضی ظهور دارد. این گرایشها هم بین ریاضی‌دانان و هم بین فیلسوفان مطرح است. به عنوان مثال، زنون[۳٦] و اودوکس[۳۷] نمایندگان دو مکتبی هستند که در دو قطب مخالف هم، - از نظر مشرب ریاضی ـ طرح می‌گردیدند. این دو گرایش از یونان قدیم وجود داشته و امروز همچنین تقسیم‌بندی مسلکی را در ریاضیات شاهد هستیم. زنون فیلسوفی بود که برای اثبات نظرات استاد خویش پارمنیدس چندین پارادوکس[۳۸] ریاضی را در زمان خویش طرح نمود. پارمنیدس در مقابل هراکلیتوس[۳۹] قرار دارد که معتقد به تغییر در همه امور بود، و به نظر وی کل هستی یعنی حرکت و تغییر. پارمنیدس به خلاف نظر هراکلیتوس، همه هستی را در ثبات می‌دانست. او اصولاً هر تغییر و حرکتی را در عالم منکر بود. زنون الیائی با طرح پارادوکسهایی که غالباً از بحث بی‌نهایت ریاضی استفاده نموده بود، به دفاع از آراء استاد خویش پرداخت، قصد اصلی وی از

ارائه چنین پارادوکسهایی، نقض نظریات فلسفی‌ای بود که کثرت را در مقابل وحدت برگزیده بودند. او با استفاده از این پارادوکسها، تفکر کثرت‌گرایی را مورد مناقشه قرار داد. زنون روش تخریبی داشت و به همین دلیل، مکتب وی را مکتب «انتقادی ویرانگر» نام نهادند. برخلاف آن، مکتب اودوکس را مکتب «انتقادی سازنده» نامیده‌اند، وی در پی تألیف آراء و ایجاد بنای جدیدی بود که بتواند بحث کثرت و وحدت را سامان دهد. این دو گرایش امروزه نیز در بین ریاضی‌دانان قابل مشاهده است. مثلاً می‌توان براور(۴۰) و کرونکر(۴۱) را که در مسائل آنالیز ریاضی و مسئله بی‌نهایت و بحث پیوستگی، آراء مهمی دارند، به نحوی هم‌مشرب زنون دانست و کانتور(۴۲) و ددکیند(۴۳) و وایراشتراس(۴۴) را که در آنالیز ریاضی و تئوری اعداد آراء مهم دیگری را مطرح می‌نمایند، هم‌مشرب اودوکس قلمداد نمود.

شبیه همین بحثی که در وحدت و کثرت بیان داشتیم، در مقوله عدم پیوستگی و پیوستگی مطرح است. از دوران باستان، تا امروز دو گرایش در این زمینه، بین ریاضی‌دانان و فلاسفه دیده می‌شود ریاضی‌دانانی که آنها را طرفدار عدم پیوستگی می‌دانیم، علاقه‌مندند تا تمام معرفت مربوط به طبیعت و همه ریاضیات را بنحو اتمهایی درنظر بگیرند که هریک از آنها به منزله آجرهای ساختمان تلقی می‌شوند تا جهان و معرفت طبیعی و علوم ریاضی، ساخته شوند. قائلان به جزء لایتجزی - اتمیست‌ها- در یونان قدیم، چنین گرایشی داشتند، حتی همانگونه که می‌دانیم فیثاغوریان وقتی راجع به اعداد سخن می‌گویند، اعداد را بصورت مجزّا و جدا از هم درنظر می‌گیرند نظیر ۱و۲و۳و... گروه دیگری که آنها را طرفداران اتصال و پیوستگی می‌نامیم، همه امور طبیعی نظیر حرکت سیارات را در یک حرکت دائمی و پیوسته تفسیر و تبیین می‌نمودند و اصولاً در نظر آنان حرکت یک امر پیوسته است و حالت جهشی ندارد. همین بحث در مورد ریاضیات و اعداد هم مطرح است. اعداد هم حالت پرشی ندارند، یعنی بین اعداد صحیح ۱و۲و۳و٤و... بی‌نهایت عدد دیگر وجود دارد و در نگاه کلی، اعداد هم شکل پیوسته پیدا می‌کنند. لذا ریاضی‌دانان دوران بعد نظیر نیوتن و لایب‌نیتس و بعدها دِدِکیند و کانتور این فکر را تقویت نمودند. یعنی بعد از کشف بی‌نهایت کوچک‌ها و کشف اعداد گنگ یا اصم، نظریه پیوستگی اعداد نیز رخ

نحوه انتخاب اصول متعارف در بین ریاضی‌دانان غالباً از نگرش‌های فلسفی زمان خود تأثیر می‌پذیرفت.

نمود. البته لازم به تذکر است که در دوران یونان باستان هم کشف اعداد غیر صحیح مطرح بود، لکن به یک نظریه تبدیل نشد مثلاً در نزد افلاطون که اعداد را صور می‌دانست و اشیاء عالم محسوس را به نحوی نامتعین و نامحدود می‌خواند، تا آنجا اشیاء محسوس را قابل فهم می‌دانست که تحت یک صورت تقسیم‌ناپذیر قرار گیرند به صورت ظریفی به نظریه بی‌نهایت کوچک‌ها نزدیک شد. او در رساله تیمائوس وقتی دمیورژ یا صانع عالم را، سازنده عالم (منظم کننده) معرفی می‌نماید، می‌گوید، او عالم را براساس صور، بوسیله دو مثلث متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه مختلف‌الاضلاع می‌سازد. طبعاً وقتی در قائم‌الزاویه دو ضلع مساوی هر عدد صحیحی (مثلاً «۱») باشند، وتر آن مثلث، عدد صحیح نخواهد بود. امروزه می‌دانیم که وتر آن $\sqrt{۲}$ خواهد شد. او کشف کرده بود که وتر، عددی است که از یک بزرگتر است و به ۲ نمی‌رسد. ولی اعداد زیادی را می‌توان یافت که به آن نزدیک می‌شوند. به تعبیری اعداد صحیح نماینده مثل هستند و اعداد دیگر مابین (۱ و ۲) در این مثال که تعدادشان نامتناهی است، نقش اشیاء عالم محسوب رادارند.

ولی باید پذیرفت، این نظریه‌پردازی، شکل نظام‌یافته‌ای پیدا نکرد. امروز هم یکی از مباحث مطرح در ریاضیات بحث پیوستگی و عدم پیوستگی است. نحوه هماهنگی این دو مقوله نیز از مباحث مهم ریاضیات محسوب می‌شود که با این کار، قدمهای بلندی در پیشرفت ریاضی برداشته می‌شود. به عنوان مثال، نقطه در ریاضیات گذشته، نقش بسزایی داشت. بطوریکه هوراس لامب(۴۵) دانشمند انگلیسی و متخصص فیزیک ریاضی می‌خواست «بنایی به افتخار مخترع ناشناس نقطه ریاضی ایجاد کند، زیرا نقطه، نوع اعلی و مافوق تجرید ریاضی است که از ابتدای کار شرط لازم برای کارهای علمی بوده است.» اقلیدس می‌گفت نقطه چیزی است که نه جزء دارد و نه کمیت، و از طرفی دکارت از طریق محورهای مختصات، برای نقطه مختصات قائل شد. اما بعدها روشن شد که نقطه را درواقع می‌توان بوسیله یک سلسله اعداد که به ترتیب خاصی نوشته شود، نشان داد، بشرط آنکه آن سلسله اعداد به آن نقطه همگرا باشد. از این طریق به نظریه پیوستگی

و اتصال نزدیک می‌شویم. همانطور که ذکر شد امروز نیز در ریاضیات مسئله پیوستگی و عدم پیوستگی مطرح است، اما چون تلق امروز از ریاضیات با گذشته تغییر نموده است، نوع طرح بحث پیوستگی و عدم پیوستگی نیز نسبت به گذشته تفاوت بسیار زیادی دارد. تاثیر علم جدید در قلمرو ریاضیات، باعث شده است که ریاضیات جدید تغییر پیداکند. ریاضیات امروز، علمی است که در آن مدلهای موردنیاز سایر علوم به شکل ریاضی ساخته و بررسی می‌شود و شکل ریاضی هم یعنی روش استنتاجی محض.

پیوستگی و عدم پیوستگی فقط دو نمونه از پدیده‌های مورد مطالعه علوم است که مدل ریاضی آن تهیه شده، درحالی که پدیده‌های متفاوت زیاد دیگری وجود دارند که کاملاً جهات کیفی هم دارند و مدل ریاضی آنها فراتر از کم‌متصل و منفصل است. مساحتها، کرات و تصورّات فضایی توسط هندسه اقلیدسی و نااقلیدسی «مدل‌دار» شده است و تقدم، تاخر، شمارش و امثال اینها توسط کم منفصل به مدل کشیده شده‌اند. نه تنها مفاهیم سابق برای ارائه مدلهای جدید قابلیت دارند، بلکه پدیده‌هایی که در گذشته، کسی دنبال مدل ریاضی آنها نمی‌گشت، امروز مدل خورده‌اند! مثلاً تصور ما از فضا پس از «مکانیک نسبیّتی» نیاز به مدلی جدید پیدا کرد. تصور ما از شمارش تناهی، تناظر، نیاز به مدل جدیدی پیدا کرد که امروز یک نمونه آن در اعداد کاردینال بزرگ منعکس است. خلاصه کلام، برای اینکه جایگاه مفاهیم منفصل و متصل در ریاضیات امروز معین شود باید توجه نمائیم که:

اولاً: اینها صرفاً دو نمونه از انبوه مواردی است که طالب مدل ریاضی هستند.

ثانیاً: پدیده‌های مربوط به دو مفهوم فوق هم تفاوت کرده است، لذا نیاز به بازسازی مدل‌های قبلی پیدا شده و این امر ادامه دارد.

پی‌نوشتها

1- Pythagoras
2- Ontology
3- Aristotle
4- Plato
5-St.Augustine
6- Gerald Brusscls
7- P.Lombard
8- G.Albert
9- W.Ockham
10- Heidegger

11- Martin, Heidegger, Modern science, Metaphysics, and Mathematics Basic writings. by: D.F.Krell & Row Publishers (New York).

12- Ibid, P.244.

13- Ibid, P.244

14- Ibid, P.248.

15- Ibid, P.248.

16- Catculating

17- Ibid, P.249

18- Ibid, P.249.

19- Ibid, P.249.

20- Pure Deductive Metheod

21- Rene Descartes

22- Gottfried wilhelm leibniz

23-Ethics

24- Baruch Benedict Spinoza

25- Socrates

26- Parmenides

27- Zeno of Elea

28- Eucled

29- Ideas

30- Analytic Geometry

31- Monads

32- Infinititesimal

33- Mathematical Logic

۳۴- ژیلسون، نقد تفکر فلسفی غرب، ترجمه دکتر احمد احمدی (تهران: انتشارات حکمت، ۱۳۵۷) صص ۱۲۸

۳۵- همان مأخذ - ص ۱۲۹

36- Zenon

37- Eudoxe

38- Paradox

39- Heraclitas

40- Brower

41- Kroneeder

42- Contor

43- Dede Kind

44- Weierstrass

45- Horace Lamb