

Hajhosseini's Non-Truth-Functional Semantics

Asadollah Fallahi  

1. Corresponding Author: Professor, Department of Logic, Iranian Institute of Philosophy, Iran. E-mail: falahiy@yahoo.com

Article Info

Article Type:
Research Article

Article History:

Received:
17, April, 2023

Accepted:
11, June, 2023

In Revised Form:
15, January, 2024

Published Online:
10, March, 2024

Abstract

Morteza Hajhosseini introduced two truth-functional and non-truth-functional systems in the second edition of his book *Two Non-Classical Logic Systems, A New Outlook on Elements of Logic*. In other articles, I have reviewed the natural deduction and the semantics of the truth-functional system. In this paper, I will address the semantics of the non-truth-functional system and the meta-theorems of soundness and completeness that he claimed to have proven. I demonstrate that: 1. This semantics is based on a new set theory that has not yet been formulated. 2. The definition of ‘model’ in this book defines ‘complete models,’ while all introduced models are ‘incomplete models’. 3. The truth conditions of non-truth-functional formulas are reminiscent of the truth conditions of similar formulas in C.I. Lewis’ logic of strict implication, but in the Leibnizian modal semantics. 4. This semantics is not consistent with the proof theory of the book. 5. Therefore, the soundness and the completeness metatheorems are actually incorrect and have counterexamples. 6. Negation operators in this non-truth-functional system have been considered truth-functional, while they should be non-truth-functional. 7. A finite number of relationships (exactly five) have been introduced in this semantics, while this number is infinite. 8. Therefore, non-truth-functional logic must be undecidable, while the non-truth-functional system has been declared decidable.

Keywords: Classical logic, non-truth-functional system, conceptual relations, decidability

Cite this article: Fallahi, A., (2023-2024). Hajhosseini's Non-Truth-Functional Semantics: FALSAFEH, No. 2, Vol. 21, Autumn-Winter- Serial No. 41, (149-166). DOI: [10.22059/jop.2023.357961.1006777](https://doi.org/10.22059/jop.2023.357961.1006777)



Publisher: University of Tehran Press.

1. Introduction

Recently, Morteza Hajhosseini (2023) published the second edition of his book (2017) *Two Non-Classical Logic Systems, A New Outlook on Elements of Logic*, where he developed various non-standard logical systems based on specific philosophical foundations. His systems consist of the following five:

1. A *truth-functional* propositional system,
2. A *non-truth-functional* propositional system,
3. The first system augmented by the non-truth-functional implication of the second system,
4. The second system augmented by the truth-functional conjunction and disjunction of the first system,
5. The first two systems combined into a new comprehensive one.

In other papers, I reported extensively Hajhosseini's logical systems and criticized his *truth-functional* system (Fallahi 2023a), his *non-truth-functional* systems (Fallahi 2023a, 2023b), and the semantics of the *truth-functional* system (Fallahi 2023c). In a fourth paper, I regarded historical aspects of Hajhosseini's logical systems and his claims of innovation (Fallahi 2023d). In two later papers, I delved into his philosophical and epistemological incentives, criticized the philosophical foundations for his logical systems, and showed that he confused logical and epistemological purposes (Fallahi 2023e, 2023f).

In this paper, which appears lastly, I seek to discuss and criticize the semantics of Hajhosseini's *non-truth-functional* propositional system. Here I showed the following:

1. Hajhosseini's non-truth-functional semantics is based on a new set theory, based on which the empty set is not a subset of any set. It seems that such an empty set has not been compiled so far and the author of the book must build its basic set theory before establishing the semantics for his non-truth-functional system.
2. The definition of the model in this book is related to *complete models*, (in which each propositional variable and each non-truth-functional formula take one and only one of the two values of truth and falsehood), while the models introduced in the book are all *incomplete* (which do not assign any truth-value to many propositional variables and non-truth-functional formulas).
3. The truth conditions of the non-truth-functional connectives for *implication* and *consistency* are as follows:

$\varphi \rightarrow \psi$ is true in the model $\mathcal{M}i$ iff in any (existent or supposable) situation such as α in the model $\mathcal{M}i$ in which φ is true, ψ is true too.
 $\varphi \circ \psi$ is true in the model $\mathcal{M}i$ iff there is a (existent or supposable) situation such as α in the model $\mathcal{M}i$ where both φ and ψ are true.

These are reminiscent of the truth conditions of the connectives "strict implication" and "consistency" in C. I. Lewis's logic of strict implication and in the Leibnizian semantics for modal logic, in which the relation of accessibility is not present. In practice, this semantics is similar to Kripke's semantics for modal logic S5, in which the accessibility relation is reflexive, symmetric, and transitive. If Hajhosseini's non-truth-functional semantics is two-valued, as is specified in the book, this semantics will not be different from the Leibnizian semantics or the Kripke semantics for S5; but the author of the book has stated that his non-truth-functional system is different from Lewis' logic for strict implication.

4. According to Hajhosseini's rule in his non-truth-functional system, contradictory propositions are self-consistent. This can be shown by the following proof:

$$\vdash (A \circ \sim A) \rightarrow (A \circ \sim A) \quad (1)$$

$$\vdash (A \circ \sim A) \circ (A \circ \sim A) \quad (2)$$

The formula (1) is an identity and the formula (2) is obtained by Hajhosseini's rule. However, (2) is not valid in the non-truth-functional semantics of the book; i.e. the following semantical judgment does not hold:

$$\models (A \circ \sim A) \circ (A \circ \sim A) \quad (3)$$

According to the truth conditions of "consistency" in the non-truth-functional semantics of the book, the consistency of contradictory propositions entails the truth of contradictory propositions in some situations; but the truth of contradictory propositions is not possible according to Hajhosseini's bi-valued semantics. Therefore, some theorems of his non-truth-functional system should not be valid in his non-truth-functional semantics. Therefore, this semantics does not correspond exactly to the proof theory of the book in the sense that the proof theory does not have "completeness" and as a result, his proof of completeness must be false.

5. The concept of "validity" is ambiguous in Hajhosseini's semantics. For example, it is not clear exactly whether and why the following inferences containing nested conditionals are valid or not in the non-truth-functional semantics of the book:

$$A \rightarrow A \vDash (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B) \quad (4)$$

$$A \rightarrow A, B \rightarrow B \vDash (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B) \quad (5)$$

$$(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B) \vDash A \rightarrow A \quad (6)$$

It may be said that because variable B is absent in the premise of (4), it is invalid (about which I am not confident). But how about (5) and (6), where all the variables are present in the premises? From the relevance logic point of view, among the three inferences, the first two are valid, the third invalid; but it is not clear for me as a reader whether they are valid or not in the author's view. So are the following:

$$A \rightarrow B \vDash (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C) \quad (7)$$

$$A \rightarrow B, C \rightarrow D \vDash (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow D) \quad (8)$$

$$A \rightarrow (A \rightarrow B) \vDash A \rightarrow B \quad (9)$$

6. Hajhosseini considered the number of conceptual relations in this semantic to be exactly *five*, which is a finite number. These are the following: 1. intentional implication, 2. intentional equivalence, 3. intentional inconsistency, 4. intentional disjunction, 5. intentionally exclusive dsjunction. I show that the number of the imaginable conceptual relations is much more than five, and there is even a possibility that the number is infinite (even uncountable), and the author of the book has not provided any proof that the number of conceptual relations is finite. For example, the negations of these five, the implicational relations between every two of these negations, the equivalances between every two of these negations, the consistency between every two of these negations, the inconsistency between every two of these negations, the disjunction between every two of these negations, and so forth.
7. If the number of conceptual relations is infinite, the non-truth-functional logic must naturally be undecidable, while the author of the book has declared his truth-functional system to be decidable.
8. Contrary to Hajhosseini's opinion, the negation operator is not—and even should not—be truth-functional in paraconsistent logics, such as HajHosseini's systems, because the paraconsistent logics inevitably change the meaning of the negation operator or change the meaning of "truth", and both of these changes conflict truth-functionality of the negation operator. This is what W. O. Quine, (1970) had emphasised half a century ago.

Keywords: classical logic, non-truth-functional system, conceptual relations, decidability.

Bibliography

- Fallahi, Asadollah, (2023a), "Hajhosseini's Truth-Functional Logical System", *Ayeneh Ma'refat* 23, n. 1, pp. 21–43. [In Persian].
- Fallahi, Asadollah, (2023b) "Hajhosseini's Non-Truth-Functional Logical System", *Manteq Pajouhi* 14, n. 1, pp. 103–126. [In Persian].
- Fallahi, Asadollah, (2023c), "Hajhosseini's Non-Truth-Functional Logical Semantics", *Falsafeh va Kalam-e Eslami*, 56, n. 1, pp. 115–129. [In Persian].
- Fallahi, Asadollah, (2023d), "On Historical Aspects of Hajhosseini's Logical Systems", *Shenakht (Knowledge)*, 88, n. 1, pp. 151–170. [In Persian].
- Fallahi, Asadollah, (2023e), "Philosophical Foundations of Hajhosseini's Logics", *Hekmat e Mo'aser (Contemporary Wisdom)*, 14, n. 1, pp. 31–57. [In Persian].
- Fallahi, Asadollah, (2023f), "Logic and Informativeness in Hajhosseini's Logical Systems", *Hasti va Shenakht (Journal of Existence and Knowledge)*, 17, n. 1. (2023f): accepted. [In Persian].
- Hajhosseini, Mortaza. (2017), *Two Non-Classical Logic Systems, A New Outlook on Elements of Logic, (Vol. 1: Propositional Logic)*, Isfahan, Isfahan University Publication. [In Persian].
- Hajhosseini, Mortaza. (2023), *Two Non-Classical Logic Systems, A New Outlook on Elements of Logic, (Vol. 1: Propositional Logic)*, Isfahan, Isfahan University Publication. [In Persian].
- Quine, W. O., (1970), *Philosophy of logic*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.



سمانتیک غیر تابع‌ارزشی حاج‌حسینی

اسدالله فلاحی^۱

falahiy@yahoo.com

۱. نویسنده مسئول: استاد گروه منطق، مؤسسه پژوهشی حکمت و فلسفه ایران، تهران، ایران. رایانامه:

اطلاعات مقاله چکیده

نوع مقاله:
علمی - پژوهشی

تاریخ دریافت:
۱۴۰۲/۰۱/۲۸

تاریخ پذیرش:
۱۴۰۲/۰۳/۲۱

تاریخ بازنگری:
۱۴۰۲/۱۰/۲۵

تاریخ انتشار:
۱۴۰۲/۱۲/۲۰

مرتضی حاج‌حسینی در ویراست دوم کتاب خویش «طرحی نو از اصول و مبانی منطق» دو نظام تابع‌ارزشی و غیرتابع‌ارزشی معرفی کرده است که دستگاه استنتاج طبیعی آن دو و سمانتیک نظام تابع‌ارزشی را در مقاله‌های دیگری بررسی کرده‌ام. در این مقاله به سمانتیک نظام غیرتابع‌ارزشی خواهیم پرداخت و فراقضایای صحت و تمامیت را که او اثبات کرده است مورد واکاوی قرار خواهیم داد. نشان می‌دهم که ۱. این سمانتیک مبتنی بر یک نظریه مجموعه‌های جدید است که تاکنون تدوین نشده است. ۲. تعریف مدل در این کتاب مربوط است به «مدل کامل» در حالی که مدل‌های معرفی شده همگی «مدل ناقص» هستند. ۳. شرایط صدق فرمول‌های غیرتابع‌ارزشی یادآور شرایط صدق فرمول‌های مشابه در منطق استلزام اکید سی. آی. لوئیس اما در سمانتیک موجهاتی لایب‌نیتزی است. ۴. این سمانتیک با نظریه برهان کتاب هماهنگ نیست. ۵. از این رو، قضایای صحت و تمامیت در واقع نادرست هستند و مثال‌های نقض دارند. ۶. ادوات ناقص در این سمانتیک تابع‌ارزشی شمرده شده است در حالی که باید غیرتابع‌ارزشی باشد. ۷. تعداد روابط در این سمانتیک متناهی (دقیقاً پنج) معرفی شده است در حالی که این تعداد بی‌نهایت (ناشمارا) است. ۸. به همین دلیل منطق غیرتابع‌ارزشی باید تصمیم ناپذیر باشد، در حالی که در نظام تابع‌غیرارزشی تصمیم‌پذیر اعلام شده است.

واژه‌های کلیدی:

منطق کلاسیک، نظام غیرتابع‌ارزشی، روابط مفهومی، تصمیم‌پذیری.

استاد: فلاحی، اسدالله، (۱۴۰۲)، سمانتیک غیرتابع‌ارزشی حاج‌حسینی، فلسفه، سال ۲۱، شماره ۲، پاییز و زمستان، پیاپی ۴۱، (۱۶۶-۱۴۹).

DOI: 10.22059/jop.2023.357961.1006777



ناشر: مؤسسه انتشارات دانشگاه تهران.

۱. مقدمه

مرتضی حاج‌حسینی در سال ۱۳۹۶ و ۱۴۰۱ دو ویراست از کتابی با عنوان «طرحی نو از اصول و مبانی منطق و دو نظام منطقی پایه غیر کلاسیک، جلد اول: منطق پایه گزاره‌ها» منتشر کرده است و نگارنده این مقاله در سه مقاله دیگر به نقد و بررسی دستگاه استنتاج طبیعی برای «نظام تابع‌ارزشی» و «نظام غیرتابع‌ارزشی» و نیز «سمانتیک تابع‌ارزشی» معرفی شده در آن کتاب پرداخته و نقاط قوت و ضعف آن را نشان داده است (فلاحی ۱۴۰۲ الف، ب و ج، ۱۴۰۲). او همچنین در سه مقاله دیگر مبانی فلسفی و مباحث تاریخی مربوط به این کتاب را مورد ارزیابی قرار داده است (فلاحی، ۱۴۰۲ د، ۱۴۰۲ هـ و ۱۴۰۲ و). در این مقاله قصد آن دارم که به سمانتیک معرفی شده برای نظام غیرتابع‌ارزشی بپردازم و نقاط قوت و ضعف آن را بررسی کنم.

در ادامه، به جز موارد صریحاً ذکر شده، همه ارجاع‌ها به ویرایش دوم این کتاب است و صرفاً به نوشتن شماره صفحه بسنده خواهم کرد.

۲. اجزای سمانتیک غیرتابع‌ارزشی

این سمانتیک (که در فصل پنجم کتاب صص ۱۷۷-۲۰۴ ارائه می‌شود) شامل سه دسته امور است:

۱. وضعیت‌ها که جمله نشانه‌ها در آنها صادق یا کاذب‌اند.

۲. مجموعه‌صدق‌های جمله نشانه‌ها؛ یعنی مجموعه وضعیت‌هایی که جمله نشانه‌ها در آنها صادق‌اند.

۳. رابطه‌های وضعیت‌ها با مجموعه‌صدق‌ها و رابطه‌های مجموعه‌صدق‌ها با هم:

a. رابطه عضویت یا عدم عضویت یک وضعیت در یک مجموعه‌صدق.

b. رابطه تساوی یا عدم تساوی یک مجموعه‌صدق با مجموعه‌صدق دیگر.

c. رابطه زیرمجموعه بودن یا نبودن یک مجموعه‌صدق با مجموعه‌صدق

دیگر. (صص ۱۷۷-۱۷۸).

البته نویسنده کتاب، همه‌جا «مجموعه‌صدق‌ها» را به صورت «مجموعه‌صدق‌ها» می‌نویسد (نه به صورت لفظ مرکب بلکه به صورت اضافی؛ برای مقایسه، تفاوت موارد زیر را دو به دو ببینید: تفاوت «کارخانه» با «کارخانه» یا «شاه‌نامه» با «شاه‌نامه» یا «تاج‌محل» با «تاج‌محل»). عبارت «مجموعه‌صدق‌های یک جمله نشانه» موهم این است که یک جمله نشانه صدق‌های متعددی دارد که مجموعه همه یا برخی از آنها در نظر است؛ در حالی که عبارت «مجموعه‌صدق یک جمله‌نشانه» تعبیر مناسب‌تری است و چنان‌که نویسنده کتاب در ادامه توضیح می‌دهد به معنای مجموعه وضعیت‌هایی است که آن جمله‌نشانه در آن صادق است.

نکته بسیار مهم‌تر این است که مقصود از «زیرمجموعه» در این سمانتیک غیر از معنای رایج آن است. بر اساس معنای رایج زیرمجموعه، مجموعه تهی زیر مجموعه همه مجموعه‌ها است؛ اما

نویسنده کتاب تأکید می‌کند که در این سمانتیک، چنین نیست:

۳.۸. در نظام تابع‌ارزشی منطق گزاره‌ها، اگر K یک مجموعه باشد، گزاره $(a \varepsilon S) \supset (a \varepsilon \phi)$ بر اساس شروط صدق شرطی تابع‌ارزشی و به انتفای مقدم صادق است و بر اساس دلالت‌شناسی این نظام به این معنی است که مجموعه تهی، زیرمجموعه هر مجموعه‌ای است. در نظام غیرتابع‌ارزشی منطق گزاره‌ها اما گزاره $(a \varepsilon \phi) \rightarrow (a \varepsilon S)$ بر اساس شروط صدق شرطی غیرتابع‌ارزشی، صادق نیست و بر اساس دلالت‌شناسی این نظام نمی‌توانیم بگوییم مجموعه تهی، زیرمجموعه هر مجموعه‌ای است. (صص ۲۵۱-۲۵۲). (تأکید از من است.)

این عبارت، صراحت دارد در اینکه مفهوم «زیرمجموعه» در این سمانتیک بر اساس «استلزام مادی» میان عضویت در طرف اول و عضویت در طرف دوم تعریف نمی‌شود بلکه مقصود از آن، «استلزام مفهومی» میان عضویت‌های یاد شده است؛ اما مقصود از «استلزام مفهومی» به‌طور سمانتیکی چیست؟ باید منتظر بمانیم تا به کمک شرایط صدق تعریف‌شده، معنای آن را بفهمیم. بر پایه مدعای طرح‌شده در عبارت بالا، باید تعداد بسیاری (احتمالاً نامتناهی) از مجموعه‌های تهی داشته باشیم که هیچ یک زیر مجموعه دیگری نباشد. دلیل این مسئله آن است که برای تناقض‌های ساخته‌شده با متغیرهای مختلف ناگزیریم که مجموعه‌های تهی مختلفی نسبت دهیم و به دلیل نامتناهی بودن تعداد متغیرهای گزاره‌ای تعداد این تناقض‌ها هم نامتناهی است و بنابراین، تعداد زیرمجموعه‌های تهی مربوط به هر کدام بی‌نهایت خواهد بود. حاج‌حسینی نشان نداده است که چگونه می‌توان دو مجموعه تهی متمایز داشت تا چه رسد به بی‌نهایت مجموعه تهی متمایز.

۳. تعریف مدل

هر مدل در این سمانتیک، شامل سه دسته امور یاد شده در آغاز بخش ۲ است. مثالی که نویسنده کتاب می‌آورد چنین است:

$$M_i = \{S_i = (\alpha, \beta, \gamma, \dots), \alpha \in \|P\|, \beta \notin \|Q\|, C_1 = \|P\| \subseteq \|Q\|, C_2 = \|Q\| \not\subseteq \|R\|\}$$

از این مثال، چنین برمی‌آید که این مدل بی‌نهایت وضعیت دارد و جمله‌نشانه P در وضعیت α صادق است و جمله‌نشانه Q در وضعیت β کاذب است و مجموعه صدق P زیرمجموعه مجموعه صدق Q است و مجموعه صدق Q زیرمجموعه مجموعه صدق R نیست (یعنی در هر وضعیتی از مدل که P صادق است Q هم صادق است، اما چنین نیست که در هر وضعیتی از مدل که Q صادق است R هم صادق باشد؛ یعنی در برخی وضعیت‌ها، Q صادق اما R کاذب است).

از این مثال، هم‌چنین برمی‌آید که لازم نیست در یک مدل مجموعه صدق هر متغیر به‌طور کامل مشخص شود چون برای مثال، در این مدل فقط مشخص شده است که P در وضعیت α صادق است ولی معلوم نیست که آیا در وضعیت‌های β و γ نیز صادق است یا نه. احتمالاً، مقصود از این کار این بوده است تا ارزش P در این جهان‌ها نامعین باشد. اگر چنین بوده است، می‌توان گفت که این سمانتیک احتمالاً معادل یک منطق سه‌ارزشی است که در آن هر جمله‌نشانه در هر

وضعیت یکی از سه ارزش «صادق»، «کاذب» و «نامعین» را می‌گیرد. هم‌چنین از مثال بالا چنین برمی‌آید که لازم نیست رابطه‌ی همه‌ی مجموعه‌ی صدق‌ها معلوم شود. برای نمونه، در مدل بالا مشخص نشده است که مجموعه‌ی صدق جمله‌ی P آیا زیرمجموعه‌ی مجموعه‌ی صدق جمله‌ی R است یا بر عکس یا هیچ کدام. از دو نکته‌ی اخیر، معلوم می‌شود که مدل‌ها در سمانتیک حاج‌حسینی به دو دسته تقسیم می‌شوند: مدل‌های ناقص و مدل‌های کامل. مدل «کامل» آن است که ارزش هر متغیر گزاره‌ای در هر وضعیت آن مدل مشخص شده است و مدل «ناقص» آن است که چنین نیست. مثال‌های متعددی که حاج‌حسینی در ادامه فصل سوم می‌آورد همگی مدل‌های ناقص هستند؛ اما در بخش‌های بعدی خواهیم دید که او مدل‌های ناقص را مردود می‌شمارد.

۱. شرایط صدق فرمول‌های مرکب

شرایط صدق فرمول‌های مرکب در سمانتیک غیرتابع‌ارزشی چنین است:

۱. $\varphi \circ \psi$ در مدل Mi صادق است اگر و تنها اگر مدل Mi دست کم یک وضعیت (مثل وضعیت α) داشته باشد (موجود یا قابل فرض) که هم φ در آن صادق باشد و هم ψ .
۲. $\varphi \rightarrow \psi$ در مدل Mi صادق است اگر و تنها اگر در هر وضعیت از مدل Mi که φ صادق باشد، ψ نیز صادق است.
۳. $\varphi \leftrightarrow \psi$ در مدل Mi صادق است اگر و تنها اگر هم $\varphi \rightarrow \psi$ در مدل Mi صادق باشد و هم $\psi \rightarrow \varphi$.
۴. $\varphi + \psi$ در مدل Mi صادق است اگر و تنها اگر مدل Mi وضعیتی نداشته باشد که در آن φ و ψ با هم کاذب باشند.
۵. $\varphi \pm \psi$ در مدل Mi صادق است اگر و تنها اگر هم $\varphi + \psi$ در مدل Mi صادق باشد و هم $(\varphi \circ \psi) \sim$. (صص ۱۷۹-۱۸۲).

سه شرط صدق نخست دقیقاً شبیه شرایط صدق ادات‌های سازگاری، استلزام اکید و هم‌ارزی اکید سی. آی. لوئیس در سمانتیک موجهاتی لایب‌نیتز است (جز آنکه به جای «جهان ممکن» از «وضعیت» استفاده شده است و مقصود از «مدل» در اینجا غیر از تعریف آن در سمانتیک لایب‌نیتز است). از اینجا، دور از انتظار نیست که شباهت‌ها (و تفاوت‌هایی) میان تعیین ارزش صدق فرمول‌های مرکب در این دو سمانتیک بیابیم. در هر صورت، به نظر می‌رسد که همان رابطه‌ای که سمانتیک تابع‌ارزشی این کتاب با سمانتیک تابع‌ارزشی منطق کلاسیک دارد، سمانتیک غیرتابع‌ارزشی این کتاب با سمانتیک غیرتابع‌ارزشی منطق موجهات لایب‌نیتزی داشته باشد (با تمام شباهت‌ها و تفاوت‌ها در هر دو مورد).

۲. قاعده‌های سمانتیکی مفهومی

نویسنده کتاب در ادامه چند قاعده سمانتیکی معرفی می‌کند که بندهای نخست و سوم را به دلیل اهمیت آنها می‌آورم:

۱- هر گزاره نشانه، تنها یکی از دو ارزش صدق یا کذب را دارد.

۳- $\sim\varphi$ در وضعیت α از مدل M_i صادق است اگر و تنها اگر φ در وضعیت α از

مدل M_i صادق نباشد که در این صورت $\|\varphi\| \notin \alpha$ ؛ یعنی،

$\alpha \notin \|\varphi\|$ اتا $\models_{\alpha}^{M_i} \sim\varphi$ اتا $\models_{\alpha}^{M_i} \varphi$.

(ص ۱۸۴).

بند (۱) با آنچه در تعریف مدل دیدیم در تعارض است. در آنجا نویسنده کتاب مدلی ذکر کرده بود که برخی جمله‌نشانه‌ها در برخی وضعیت‌ها هیچ ارزشی نداشتند اما در اینجا ادعا می‌شود که هر جمله‌نشانه [در هر وضعیت] تنها یکی از دو ارزش صدق یا کذب را دارد. به عبارت دیگر، در آنجا مدل «ناقص» مجاز شمرده شده بود اما در اینجا صرفاً مدل «کامل» مقبول می‌افتد.

بند (۳) نشان می‌دهد که ادات ناقض در این سمانتیک رفتاری کاملاً کلاسیک دارد به این معنی که بر خلاف سمانتیک منطق‌های شهودگرا و منطق‌های فراسازگار و برخی منطق‌های چندارزشی که شرط صدق متفاوتی به ادات ناقض نسبت می‌دهند تا برخی احکام کلاسیک آن سلب شود، در سمانتیک غیرتابع‌ارزشی این کتاب، شرط صدق ادات ناقض دقیقاً همان است که در سمانتیک منطق کلاسیک ارائه می‌شد و اینجا این انتقاد قابل طرح است که آیا احکام این ادات در منطق کلاسیک و در نظام غیرتابع‌ارزشی این کتاب یکسان است؟ طبیعتاً قرار است که چنین نباشد اما قاعده‌های سمانتیکی بالا خلاف این را می‌گویند. نویسنده کتاب اتفاقاً بر این مخالفت خود تأکید می‌ورزد:

۱- در این دلالت‌شناسی، نقیض فرمول بسیط که با ترکیبی از نشانه نقیض و یک گزاره

نشانه صورت‌بندی می‌شود، از جمله فرمول‌های **مرکب مصداقی** به شمار می‌آید و حساب

آن از حساب فرمول‌های **مرکب مفهومی** جدا شده است. نقیض فرمول‌های **مرکب**

مفهومی اما که ارزش آنها تابع ارزش **مرکب مفهومی** است و نسبت به آن، تابع‌ارزشی

به شمار می‌آیند، به این دلیل که ارزش آنها تابع ارزش بخش‌های بسیط فرمول یعنی گزاره

نشانه‌ها نیست، غیرتابع‌ارزشی و از جمله فرمول‌های **مرکب مفهومی** به شمار می‌آید. (ص

۱۸۵) (تأکیدها از من است).

به نظر می‌رسد که سمانتیک غیرتابع‌ارزشی این کتاب اگر قرار است احکام سلب جداگانه‌ای

بیاورد باید یکی از دو قاعده سمانتیکی بالا را تضعیف کند به این معنی که یا به یک منطق سه یا

چهارارزشی متوسل شود یا مانند سمانتیک‌های منطق شهودگرا و منطق ربط شرط صدق ادات

ناقض را تغییر دهد.

۳. تابع‌ارزشی بودن ادات ناقض

نویسنده کتاب دست کم در دو موضع تصریح کرده است که ادات ناقض بر خلاف دیگر ادات‌ها فقط معنای تابع‌ارزشی دارد:

ثابت منطقی نقیض همواره تابع‌ارزشی است اما سایر ثابت‌ها، دو نوع تابع‌ارزشی و غیرتابع‌ارزشی دارند و هر یک از دو بخش منطق گزاره‌ها و منطق محمول‌ها را به دو نوع تابع‌ارزشی و غیرتابع‌ارزشی تقسیم می‌کنند. (ص ۹).

ثابت منطقی [نقیض] همواره تابع‌ارزشی است و در نظام غیرتابع‌ارزشی نیز به صورت تابع‌ارزشی به کار می‌رود. (ص ۲۲۶). (تأکیدها از من است).

این سخن اما دقیق نیست. اتفاقاً، در همه منطق‌های فراسازگار (مانند منطق‌های ربط و هر دو نظام حاج‌حسینی)، ادات ناقض باید غیرتابع‌ارزشی باشد زیرا در این صورت، فراسازگاری از دست می‌رود. مقصود از فراسازگاری این است که از دو نقیض نتوانیم هر گزاره دلخواه را نتیجه بگیریم. برای این کار، ناگزیریم پای یک فرض محال را پیش بکشیم که در آن فرض محال، آن دو نقیض صادق باشند ولی هر گزاره دلخواه صادق نباشد. اما چگونه می‌شود در یک فرض محال، دو نقیض صادق باشند؟ تا کنون، دست کم سه روش برای این کار معرفی شده است:

یکی استفاده از منطق‌های سه یا چهار ارزشی است که افزون بر ارزش‌های «صادق» و «کاذب» ارزش «هم صادق هم کاذب» نیز داشته باشیم (با یا بدون ارزش «نه صادق نه کاذب»). ایراد این روش این است که معنای «صادق» و «کاذب» را تغییر داده است چون، معنایی که ما از «صدق» و «کذب» می‌فهمیم آن است که با هم جمع نمی‌شوند؛ پذیرش ارزشی به نام «هم صادق هم کاذب» با معنای متعارف «صدق» و «کذب» جمع نمی‌شود.

راه دوم سمانتیک کریپکی برای منطق شهودگرا است که یک رابطه دسترسی روی جهان‌های ممکن مانند R تعریف می‌کند و صدق نقیض یک فرمول در یک جهان ممکن را نه به کذب آن در آن جهان ممکن بلکه به کذب آن در «همه» جهان‌های ممکن در دسترس آن جهان تعریف می‌کند. به زبان صوری:

$$\models_x \neg A =_{df} \forall y (Rxy \supset \not\models_y A).$$

ایراد این روش این است که «نقض» را به معنای «امتناع» (یعنی «ضرورت نقض») به کار می‌برد و نه به معنای متعارفی که از «نقض» داریم که شامل امتناع و امکان خاص هر دو می‌شود. راه سوم سمانتیک ستاره‌راوتلی است که عبارت است از یک تابع به نام همتایی روی وضعیت‌ها (و با نماد ستاره «*»). به کمک این تابع، ریچارد راوتلی صدق نقیض یک فرمول در یک وضعیت

را نه به کذب آن در آن وضعیت بلکه به کذب آن در «همتا»ی آن وضعیت تعریف می‌کند. به زبان صورتی:

$$\models_x \sim A =_{df} \#_x * A.$$

در منطق ربط، گاهی افزون بر ادات ناقض با سمانتیک ستاره‌راوتلی، یک ادات ناقض کلاسیک نیز وارد زبان موضوعی می‌کنند با شرط صدق معهود در منطق کلاسیک:

$$\models_x \neg A =_{df} \#_x A.$$

از جمله احکام این ناقض کلاسیک «استنتاج هر گزاره دلخواه از تناقض» است. به زبان صورتی:

$$A \wedge \neg A \models B.$$

در این سمانتیک مرکب، به ناقض کلاسیک که تابع‌ارزشی است «نقض بولی» می‌گویند و به ناقضی که با سمانتیک ستاره‌راوتلی تعریف می‌شود و غیرتابع‌ارزشی و فراسازگار است «نقض دمورگان».

ایراد این سمانتیک هم این است که «نقض» را به معنای نقض دمورگان که غیرتابع‌ارزشی است می‌فهمد و نه به معنای متعارف بولی آن که تابع‌ارزشی است.

همین ملاحظات کواین را بر آن داشته تا در سال ۱۹۷۰ در فلسفه منطق خود به منطق‌های فراسازگار مانند منطق‌های ربط (و پیشاپیش به نظام‌های تابع‌ارزشی و غیرتابع‌ارزشی حاج‌حسینی) اعتراض کند که شما معنای «ناقض» را تغییر داده‌اید. او پس از نقل نزاع منطق‌دان کلاسیک با منطق‌دان فراسازگار چنین قضاوت می‌کند:

نظر من درباره این گفتگو این است که هیچ یک از آن دو نمی‌داند درباره چه سخن می‌گوید. آن دو گمان می‌کنند که هر دو درباره نقض، «~»، «نه»، گفتگو می‌کنند؛ اما وقتی آنها بعضی جملات عطفی به شکل « $p \wedge \sim p$ » را صادق [فرض] می‌گیرند و اینگونه جملات را مستلزم هر جمله دیگر نمی‌دانند، مطمئناً نماد[ی] که برای نقض به کار می‌برند [دیگر به معنای نقض نیست. در اینجا، ایراد منطق‌دان منحرف [لقبی شایع در آن زمان برای منطق‌دان غیر کلاسیک] آن است که وقتی انکار می‌کند که از تناقض هر جمله‌ای نتیجه می‌شود، صرفاً موضوع بحث را عوض می‌کند. (Quine 1970 p. 81)]

به گمان من، اگر حاج‌حسینی می‌خواهد نظام‌های فراسازگار باشد باید یا معنای ادات «ناقض» را تغییر دهد یا معنای «صدق» را. امکان ندارد که همه الفاظ به معانی کلاسیک آن گرفته شود ولی احکام غیر کلاسیک بر آن بار شود.

۴. وضعیت و مدل مبنا

نویسنده کتاب در ادامه «وضعیت مبنا» و «مدل مبنا» را به عنوان وضعیت کنونی و مدل پیش فرض گفتگو تعریف می‌کند:

۲- در این دلالت‌شناسی، وقتی از صدق یک گزاره بسیط یا نقیض آن سخن می‌گوییم و

وضعیتی که آن گزاره در آن صادق است را معین نمی‌کنیم، منظورمان صدق آن گزاره در وضعیت کنونی از جهان واقع است. این وضعیت را **وضعیت مبنا** می‌نامیم. بدیهی است از نظر صوری، هر وضعیتی از این جهان می‌تواند وضعیت مبنا باشد ولی ما در این دلالت‌شناسی، بر اساس قرارداد، وضعیت کنونی را به عنوان **وضعیت مبنا** برمی‌گزینیم. ۳- در این دلالت‌شناسی، وقتی از صدق یک گزاره مرکب مفهومی سخن می‌گوییم و مدلی که آن گزاره در آن مدل صادق است را معین نمی‌کنیم، منظورمان صدق آن گزاره در مدلی است که آن را در گفت‌وگوی خود پیش فرض گرفته‌ایم و قرائن کافی بر آن وجود دارد. این مدل را **مدل مبنا** می‌نامیم. بدیهی است از نظر صوری هر مدلی می‌تواند **مدل مبنا** باشد ولی ما در این دلالت‌شناسی، بر اساس قرارداد، مدلی را که در هر گفت‌وگو پیش فرض می‌کنیم به عنوان **مدل مبنا** برمی‌گزینیم؛ برای مثال، در فیزیک وقتی بر پایه فیزیک نیوتن سخن می‌گوییم، مدل نیوتنی را و در فلسفه وقتی بر پایه فلسفه ملاصدرا سخن می‌گوییم، مدل صدرایی را پیش فرض می‌گیریم. (ص ۱۸۵). (تاکیدها از من است). نگارنده این مقاله، اهمیت و کارکرد سمانتیکی این دو اصطلاح را در نمی‌یابد.

۵. ناهم‌خوانی با نظریه برهان

انتقادی که به سمانتیک غیرتابع‌ارزشی حاج‌حسینی وارد است این است که برخی قضایای نظام استنتاج طبیعی غیرتابع‌ارزشی در این سمانتیک معتبر نیستند. برای نمونه، به دو قضیه زیر بنگرید:

$$\vdash (A \circ \sim A) \rightarrow (A \circ \sim A) \quad (1)$$

$$\vdash (A \circ \sim A) \circ (A \circ \sim A) \quad (2)$$

قضیه اول یک همانی است و قضیه دوم به کمک قاعده «حاج‌حسینی» از روی قضیه اول به دست آمده است. نشان می‌دهم که قضیه دوم در سمانتیک غیرتابع‌ارزشی معتبر نیست؛ یعنی حکم زیر کاذب است:

$$\models (A \circ \sim A) \circ (A \circ \sim A) \quad (3)$$

دلیل این مسئله آن است که اگر فرمول اخیر معتبر باشد باید در هر وضعیت از هر مدل صادق باشد. این مسئله دست کم سه وضعیت را درگیر خواهد کرد:

۱. اگر این فرمول معتبر باشد باید در هر وضعیت از هر مدل، از جمله در وضعیت α ، صادق باشد.

۲. اگر این فرمول در وضعیت α صادق باشد، بنا به شرط صدق تلفیق، باید یک وضعیت β وجود داشته باشد که فرمول‌های $A \circ \sim A$ و $A \circ \sim A$ در آن هم‌زمان صادق باشد.

۳. برای صدق فرمول $A \circ \sim A$ در وضعیت β نیز، مجدداً بنا به شرط صدق تلفیق، باید یک وضعیت γ وجود داشته باشد که فرمول‌های A و $\sim A$ هم‌زمان در آن صادق باشند.

اما چنان که در قواعد سمانتیکی مورد اشاره در بالا گزارش کردم، حاج‌حسینی وضعیتی مانند γ را

که در آن دو فرمول متناقض صادق باشند در سمانتیک خود ناممکن ساخته است. بنابراین، نتیجه می‌گیریم که قضیه (۲) معتبر نیست و بنابراین، این سمانتیک نمی‌تواند همه قضایای نظام غیرتابع‌ارزشی را معتبر سازد.

شاید نویسنده کتاب بخواهد بگوید که دو فرمول متناقض در هیچ وضعیت ممکن صدق نمی‌کند اما در وضعیت‌های فرضی «ناممکن» می‌توانند صدق کنند. اگر چنین گفته شود انتقاد این است که چرا وضعیت‌های فرضی ناممکن در این سمانتیک مجاز شمرده نشده است و فقط به وضعیت‌های «فرضی محتمل» (ص ۵۹، ۲۴۲) و وضعیت‌های «موجود یا مفروض» (ص ۱۷۸) و «موجود یا قابل فرض» (ص ۱۷۹) اشاره شده است.

شاید گفته شود که مقصود از «مفروض» و «قابل فرض» در کنار «موجود» به معنای وضعیت‌های «ناممکن» است. اگر چنین است چرا قاعده‌های سمانتیکی‌ای که در بالا به آن اشاره شد ورود این وضعیت‌های «ناممکن» به سمانتیک را ممنوع ساخته است؟

۶. ابهام در مفهوم «اعتبار»

مفهوم «اعتبار» در نظام سمانتیکی حاج‌حسینی مبهم است. مثلاً دقیقاً معلوم نیست که آیا در سمانتیک غیرتابع‌ارزشی کتاب استنتاج‌های زیر که شامل شرطی‌های تودرتو هستند، آیا معتبر هستند یا نه؟ و چرا؟

$$A \rightarrow A \models (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B) \quad (4)$$

$$A \rightarrow A, B \rightarrow B \models (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B) \quad (5)$$

$$(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B) \models A \rightarrow A \quad (6)$$

شاید گفته شود که چون حرف B در مقدمه استنتاج (۴) وجود ندارد این استنتاج نادرست است (که من خواننده مطمئن نیستم نظر نویسنده کتاب در این زمینه دقیقاً همین است یا نه)، اما در دو استدلال بعدی که همه متغیرهای نتیجه در مقدمه هم حضور دارند چطور؟ از دیدگاه منطقی ربط، از سه استدلال بالا، دو مورد اول اثبات‌پذیرند اما مورد سوم اثبات نمی‌شود، اما اعتبار یا عدم اعتبار سمانتیکی این استنتاج‌ها از نظر نویسنده کتاب برای من خواننده چندان آشکار نیست.

هم‌چنین است استدلال‌های کلی‌تر زیر:

$$A \rightarrow B \models (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C) \quad (7)$$

$$A \rightarrow B, C \rightarrow D \models (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow D) \quad (8)$$

$$A \rightarrow (A \rightarrow B) \models A \rightarrow B \quad (9)$$

که وضعیت اعتبار یا عدم اعتبار آنها در کتاب آشکار نیست.

۷. تعداد روابط مفهومی در سمانتیک غیرتابع‌ارزشی

نویسنده کتاب در ص ۶۱ روابط مصداقی میان دو فرمول را که تعداد آنها ۱۶ است به کمک جدول ارزش نشان می‌دهد و در صص ۶۲-۶۶ صرفاً به پنج رابطه مصداقی میان دو فرمول می‌پردازد:

استلزام، هم‌ارزی، تناقض، تضاد و تداخل، که به ترتیب می‌توان آنها را با نمادهای \supset ، \equiv ، \perp ، \vee ، \wedge و \neg نشان داد.

نویسنده کتاب اما در ص ۲۴۳ روابط مفهومی میان دو فرمول را منحصر در پنج رابطه می‌داند:

روابط مفهومی به اعتبار سازگاری/ناسازگاری گزاره‌نشانه‌ها با یک دیگر در صدق و کذب ... و ملازمه، تلازم یا استقلال آنها از یک‌دیگر در حالت نخست ... شناسایی شدند که **جمعا از پنج حالت خارج نیستند**. (ص ۲۴۳) (تأکید از من است).

ولی می‌بینیم که در ادامه، هفت رابطه به صورت غیر دقیق معرفی می‌شوند که دقیقا معلوم نیست چگونه باید آنها را شمارش کرد که تعداد آنها پنج شود. آنچه من از عبارات کتاب به دست آوردم چنین است:

۱. سازگاری در صدق و در کذب:

a. فقط یکی مستلزم دیگری (استلزام مفهومی) (\rightarrow)

b. هر یک مستلزم دیگری (هم‌ارزی مفهومی) (\leftrightarrow)

c. هیچ یک مستلزم دیگری (سازگار و مستقل) (??)

۲. سازگاری در صدق و ناسازگاری در کذب (انفصال مفهومی) (+)

۳. ناسازگاری در صدق و سازگاری در کذب (منع جمع مفهومی) (\uparrow)

۴. ناسازگاری در صدق و ناسازگاری در کذب (انفصال حقیقی مفهومی) (\pm)

در مقایسه با رابطه‌های مصداقی، می‌توان حدس زد که نویسنده کتاب رابطه «سازگار و مستقل» را یک رابطه جدا و مستقل تلقی نکرده و شماره‌ای به آن اختصاص نداده است.

در ابتدای این بخش، دیدیم که حاج‌حسینی تعداد رابطه‌های «مصداقی» متعارف و شناخته شده را پنج دانسته بود و این عدد بسی کمتر از ۱۶ است که مجموع رابطه‌های «مصداقی» محتمل و قابل محاسبه با جدول ارزش می‌باشد. از اینجا باید بتوان حدس زد که تعداد روابط «مفهومی» محتمل بسیار بیشتر از ۱۶ است چون روابط مفهومی بسیار بیشتر و پیچیده‌تر از روابط ساده مفهومی هستند.

اتفاقا به نظر می‌رسد که به آسانی بتوان میان رابطه (۲) «سازگاری در صدق و ناسازگاری در کذب» و صرف رابطه «ناسازگاری در کذب» (۲') تمایز گذاشت. به نظر می‌رسد که انفصال مفهومی که همان «منع خلو عنادی» باشد و با نماد «+» نشان داده می‌شود این معنای بسیط (۲') است نه آن معنای مرکب (۲)؛ هرچند تقسیم‌بندی بالا موهم عکس این است یعنی منع خلو عنادی را همان معنای مرکب (۲) می‌گیرد نه معنای بسیط (۲'). آشکار است که با تمایز این دو معنا، تعداد روابط مفهومی، دست کم یکی بیشتر می‌شود.

هم‌چنین، به نظر می‌رسد که به آسانی بتوان میان رابطه (۳) «ناسازگاری در صدق و سازگاری

در کذب» و صرف رابطه «ناسازگاری در صدق» (۳') تمایز گذاشت. به نظر می‌رسد که تضاد مفهومی که همان «منع جمع عنادی» باشد و گاهی با نماد «↑» نشان داده می‌شود این معنای بسیط (۳') است نه آن معنای مرکب (۳)؛ هرچند تقسیم‌بندی بالا موهم عکس این است یعنی منع جمع عنادی را همان معنای مرکب (۳) می‌گیرد نه معنای بسیط (۳'). آشکار است که با تمایز این دو معنا، تعداد روابط مفهومی، باز یکی بیشتر می‌شود.

با توجه به آنچه گذشت، به نظر می‌رسد که به آسانی بتوان روابط «سازگاری در صدق» و «سازگاری در کذب» را نیز از یک‌دیگر جدا کرد. افزون بر این، هر یک از رابطه‌های (۲)، (۳) و (۴) در تقسیم‌بندی حاج‌حسینی را می‌توان مانند رابطه (۱) به اقسام مشابه تقسیم کرد. در گام اول، می‌توان روابط مفهومی زیر را از هم تمییز داد:

۱. سازگاری در صدق (°) و در کذب (~ ° ~):

a. یکی مستلزم دیگری (استلزام مفهومی) (→)

i. فقط یکی مستلزم دیگری (استلزام مفهومی یک‌طرفه) (→ و ←)

ii. هر یک مستلزم دیگری (هم‌ارزی مفهومی) (↔)

b. هیچ یک مستلزم دیگری (سازگار و مستقل) (??)

۲. ناسازگاری در صدق (منع جمع مفهومی) (↑):

a. یکی مستلزم دیگری (استلزام مفهومی) (↑ و →)

i. فقط یکی مستلزم دیگری (استلزام مفهومی یک‌طرفه) (↑، → و ←)

ii. هر یک مستلزم دیگری (هم‌ارزی مفهومی) (↑ و ↔)

b. هیچ یک مستلزم دیگری (سازگار و مستقل) (↑ و ??)

۳. ناسازگاری در کذب (منع خلو مفهومی) (+):

a. یکی مستلزم دیگری (استلزام مفهومی) (+ و →)

i. فقط یکی مستلزم دیگری (استلزام مفهومی یک‌طرفه) (+، → و ←)

ii. هر یک مستلزم دیگری (هم‌ارزی مفهومی) (+ و ↔)

b. هیچ یک مستلزم دیگری (سازگار و مستقل) (+ و ??)

۴. ناسازگاری در صدق و کذب (انفصال حقیقی مفهومی) (±):

a. یکی مستلزم دیگری (استلزام مفهومی) (± و →)

i. فقط یکی مستلزم دیگری (استلزام مفهومی یک‌طرفه) (±، → و ←)

ii. هر یک مستلزم دیگری (هم‌ارزی مفهومی) (± و ↔)

b. هیچ یک مستلزم دیگری (سازگار و مستقل) (± و ??)

اینکه شماره (۲) «منع جمع مفهومی» را به دو دسته تقسیم کردم به این دلیل است که بر خلاف قاعده حاج‌حسینی و بوئیوس که تضاد و استلزام را متضاد می‌بیند، مثال‌هایی داریم که رابطه آنها، هم تضاد است و هم استلزام؛ و این چنان که در مقاله «منطق و معرفت‌بخشی» نشان

داده‌ام در مورد امور ناسازگار است؛ مانند «وجود شریک الباری» که با «وجود خداوند» هم تضاد دارد هم استلزام (فلاحی ۱۴۰۲د). البته چنان که گفتم مفاد قاعده حاج‌حسینی و بوئیوس نفی این مثال‌ها است؛ اما با وجود این مثال‌ها، قاعده حاج‌حسینی و بوئیوس است که باید نفی شود نه این مثال‌های بدیهی.

قسم نخست «منع جمع مفهومی»، (۲-a)، خود به دو دسته تقسیم می‌شود که دسته نخست، (۲-a-i)، شامل مثال‌هایی است مانند «شریک‌الباری وجود دارد» و «خداوند وجود دارد» که علی‌رغم تضادی که میان آن دو است، اولی مستلزم دومی است بدون اینکه دومی مستلزم اولی باشد. دسته دوم، (۲-a-ii)، عبارت است از جمع تضاد و هم‌ارزی مفهومی. این مورد در پارادوکس‌های صدق مانند پارادوکس دروغگو و پارادوکس راسل و نقیض‌های آنها رخ می‌دهد. برای نمونه، جمله دروغگو و نقیض آن هر کدام دیگری را نتیجه می‌دهد اما به دلیل اینکه نقیض یک‌دیگرند منع جمع مفهومی هم دارند. نویسنده کتاب به این قسم نخست دو دسته آن توجه نکرده و بلکه به دلیل قاعده «حاج‌حسینی» وجود این دو دسته را منکر شده است.

قسم دوم «منع جمع مفهومی»، (۲-b)، موردی است که دو طرف رابطه، هر کدام به تنهایی سازگار است، مثل سفید و سیاه که منع جمع مفهومی دارند اما هیچ یک مستلزم دیگری نیست. نویسنده کتاب فقط این قسم دوم را مورد توجه قرار داده، بلکه «منع جمع مفهومی» را به دلیل قاعده «حاج‌حسینی» منحصر در این قسم دانسته است.

به همین صورت، می‌توان درباره صورت‌های دیگر و اقسام‌شان سخن گفت. افزون بر این، در هر مورد می‌توانیم درباره اینکه آیا «یکی مستلزم نقیض دیگری» هست یا نه و آیا «هر یک مستلزم نقیض دیگری» هست یا نه و یا «هیچ یک مستلزم نقیض دیگری» نیست سخن گفت و تعداد اقسام را بالاتر و بالاتر برد. اینکه آیا این تقسیم‌ها حد یقف دارد یا تا لایتناهی بالا می‌رود فعلاً سخن نمی‌گوییم؛ ولی به هر حال، «فرض‌های محتمل» بسیاری هست که هنوز به آنها اندیشیده نشده است؛ در درخت ناسازگاری، «هزار باده ناخورده در رگ تاک است!».

به نظر می‌رسد که نویسنده کتاب به جای احصا و شمارش موردی روابط مفهومی و غیرتابع‌ارزشی که بر استقرای مواد اقیسه استوار است و از این رو، روشی مادی و غیر صوری و مبتنی بر مثال‌های موردی است، بهتر است متوسل شود به سمانتیک‌های صوری چندارزشی (معروف به سمانتیک آمریکایی) یا سمانتیک‌های صوری دوارزشی راوتلی و مایر (معروف به سمانتیک استرالیایی) که تعداد روابط مفهومی را بی‌نهایت (ناشمارا) می‌گیرد و یا حتی سمانتیک صرفاً صوری دیگری که مقبول او است.

۸. تصمیم‌پذیری سمانتیک غیرتابع‌ارزشی

نویسنده کتاب دستگاه‌های استنتاج طبیعی هر دو نظام تابع‌ارزشی و غیرتابع‌ارزشی خود را تصمیم‌پذیر می‌داند (ص ۶۰ سطر آخر، ص ۲۲۳) و دلیل آن را تصمیم‌پذیر بودن سمانتیک هر دو نظام اعلام کرده است (صص ۸۹ و ۲۲۳). شاید ادعای اخیر برای سمانتیک تابع‌ارزشی که همان جداول ارزش متعارف است پذیرفته باشد اما برای سمانتیک غیرتابع‌ارزشی وضعیت‌ها و جهان‌های ممکن و غیر ممکن چندان مسلم نیست و نویسنده کتاب هم هیچ کجا نشان نداده است که سمانتیک غیرتابع‌ارزشی‌اش تصمیم‌پذیر است و صرفاً آن را ادعا کرده است.

البته در تصمیم‌پذیر بودن سمانتیک تابع‌ارزشی کتاب هم می‌توان تردید کرد چرا که هرچند جدول‌های ارزش تصمیم‌پذیر هستند اما مفهوم «استنتاج» در نظام تابع‌ارزشی کتاب، به تصریح نویسنده کتاب «غیرتابع‌ارزشی» است و معلوم نیست که سمانتیک این مفهوم آیا یک سمانتیک تصمیم‌پذیر است یا نه؛ دست کم نویسنده کتاب هیچ برهانی برای این مطلب ارائه نکرده است. در مورد سمانتیک غیرتابع‌ارزشی، اگر دقیقاً برابر سمانتیک موجهاتی لایب‌نیتزی برای «استلزام اکید» و «سازگاری» سی. آی. لوئیس بود، با توسل به برهان‌های تصمیم‌پذیری منطق S5 که در کتب منطق موجهات مذکور است می‌توانستیم نظام غیرتابع‌ارزشی حاج‌حسینی را نیز تصمیم‌پذیر بدانیم؛ اما او نظام خود را متمایز از نظام سی. آی. لوئیس و سمانتیک‌های موجهاتی دانسته است (صص ۲۷۹-۲۸۰).

افزون بر این، می‌دانیم که نظام‌های حاج‌حسینی فراسازگار هستند به این معنی که در مدل‌های آنها، وضعیت‌هایی وجود دارند که در آنها، دست کم یک تناقض صادق است اما گزاره دلخواه صادق نیست؛ ولی متأسفانه نویسنده کتاب ساز و کار چنین وضعیت‌هایی را توضیح نداده است تا ببینیم آیا این ساز و کار تصمیم‌پذیر است (مانند جدول‌های سه‌ارزشی گراهام پریست برای منطق پارادوکس‌اش) یا تصمیم‌ناپذیر است (مانند سمانتیک‌های راوتلی و مایر برای منطق‌های ربط).

به نظر می‌رسد دلیل تصمیم‌پذیر بودن سمانتیک غیرتابع‌ارزشی از دید حاج‌حسینی، متناهی بودن تعداد روابط مفهومی میان گزاره‌ها است. در بخش پیشین گزارش کردیم که او تعداد روابط مفهومی را پنج می‌داند؛ اما نشان دادیم که این ادعا درست نیست و نویسنده کتاب هم برهانی برای مدعای خود ارائه نکرده است.

۹. نتیجه‌گیری

در این مقاله، موارد زیر را نشان دادیم:

۱. سمانتیک غیرتابع‌ارزشی حاج‌حسینی مبتنی بر یک نظریه مجموعه‌های جدید است که بر پایه آن مجموعه تهی زیرمجموعه هیچ مجموعه‌ای نیست. به نظر می‌رسد که چنین

- مجموعه‌ای تا کنون تدوین نشده است و نویسنده کتاب ناگزیر پیش از تأسیس سمانتیک برای نظام غیرتابع‌ارزشی خود باید نظریه مجموعه‌های پایه آن را بسازد.
۲. تعریف مدل در این کتاب مربوط است به «مدل کامل» که در آن هر متغیر گزاره‌ای و هر فرمول غیرتابع‌ارزشی یکی و فقط یکی از دو ارزش صدق و کذب را می‌گیرد؛ در حالی که مدل‌های معرفی شده در کتاب همگی «مدل ناقص» هستند و برای بسیاری از متغیرهای گزاره‌ای و فرمول‌های غیرتابع‌ارزشی هیچ ارزشی نسبت نمی‌دهند.
۳. شرایط صدق فرمول‌های غیرتابع‌ارزشی «استلزام» و «سازگاری» یادآور شرایط صدق فرمول‌های «استلزام اکید» و «سازگاری» در منطق استلزام اکید سی. آی. لوئیس و در سمانتیک موجهاتی لایب‌نیتزی است که در آن رابطه دسترسی مطرح نیست. این سمانتیک در عمل مشابه سمانتیک کریپکی برای منطق S5 است که رابطه دسترسی آن، انعکاسی، متقارن و متعدی است. اگر سمانتیک غیرتابع‌ارزشی حاج‌حسینی دوارزشی باشد که در برخی مواضع به آن تصریح دارد، این سمانتیک هیچ تفاوتی با سمانتیک لایب‌نیتزی یا سمانتیک کریپکی برای منطق S5 نخواهد داشت؛ اما نویسنده کتاب تصریح کرده است که نظام غیرتابع‌ارزشی او غیر از منطق استلزام اکید لوئیس است.
۴. بنا به قاعده «حاج‌حسینی» در نظام غیرتابع‌ارزشی حاج‌حسینی، گزاره‌های متناقض با خودشان سازگار هستند و این مطلب به صورت قضیه قابل اثبات است. بنا به شرایط صدق «سازگاری» در سمانتیک غیرتابع‌ارزشی کتاب، سازگاری گزاره‌های متناقض مستلزم صدق گزاره‌های متناقض در برخی وضعیت‌ها است که بنا به سمانتیک دوارزشی حاج‌حسینی چنین چیزی امکان ندارد. از این رو، برخی قضایای نظام غیرتابع‌ارزشی در سمانتیک غیرتابع‌ارزشی نباید معتبر باشند. بنابراین، این سمانتیک با نظریه برهان کتاب هماهنگ نیست به این معنا که نظریه برهان «تمامیت» ندارد و در نتیجه، برهان فراقضیه تمامیت باید نادرست باشد.
۵. حاج‌حسینی تعداد روابط مفهومی را در این سمانتیک دقیقاً پنج دانسته است که عددی است متناهی. نشان دادم که تعداد این روابط بسیار بیشتر از پنج است و حتی احتمال اینکه تعداد آن بی‌نهایت (ناشمارا) باشد وجود دارد و نویسنده کتاب هیچ برهانی بر متناهی بودن تعداد روابط مفهومی نیاورده است.
۶. اگر تعداد روابط مفهومی نامتناهی باشد منطق غیرتابع‌ارزشی طبیعتاً باید تصمیم‌ناپذیر باشد، در حالی که نویسنده کتاب نظام تابع‌ارزشی خود را تصمیم‌پذیر اعلام کرده است.
۷. بر خلاف نظر حاج‌حسینی، ادات ناقص در منطق‌های فراسازگار مانند نظام‌های حاج‌حسینی تابع‌ارزشی نیست و نباید باشد زیرا منطق‌های فراسازگار ناگزیر از تغییر معنای ادات ناقص یا تغییر معنای «صدق» هستند و هر دوی اینها تابع‌ارزشی بودن ادات ناقص را از میان برمی‌دارد.

پی‌نوشت‌ها

1. My view of this dialogue is that neither party knows what he is talking about. They think they are talking about negation, '¬', 'not'; but surely the notation ceased to be

recognizable as negation when they took to regarding some conjunctions of the form 'p . ~p' as true, and stopped regarding such sentences as implying all others. Here, evidently, is the deviant logician's predicament: when he tries to deny the doctrine he only changes the subject. (Quine 1970 p. 81).

سپاس‌گزاری

پیش‌نویس‌هایی از این مقاله را همکار محترم علیرضا دارابی خواندند و نکات ارزش‌مندی را پیش نهادند که از این بابت از ایشان سپاس‌گزارم. آشکار است که مسؤولیت همه خطاهای احتمالی مقاله بر عهده نگارنده است.

منابع

حاج‌حسینی، مرتضی، (۱۳۹۶)، *طرحی نواز اصول و مبانی منطق و دو نظام منطقی پایه غیرکلاسیک*، جلد اول: *منطق پایه گزاره‌ها*، اصفهان، انتشارات دانشگاه اصفهان.

_____ (۱۴۰۱)، *طرحی نواز اصول و مبانی منطق با معرفی دو نظام منطقی پایه غیرکلاسیک*، جلد اول: *منطق پایه گزاره‌ها*، اصفهان، انتشارات دانشگاه اصفهان.

رید، استیون، (۱۳۸۵)، *فلسفه منطق ربط*، ترجمه اسدالله فلاحی، قم، دانشگاه مفید.

فلاحی، اسدالله، (۱۴۰۲الف)، «نظام تابع‌ارزشی حاج‌حسینی»، *آینه معرفت* ۲۳، ش. ۱، صص ۲۱-۴۳.

_____ (۱۴۰۲ب)، «نظام غیرتابع‌ارزشی حاج‌حسینی»، *منطق پژوهی* ۱۴، ش. ۱، صص ۱۰۳-۱۲۶.

_____ (۱۴۰۲ج)، «سمانتیک تابع‌ارزشی حاج‌حسینی»، *فلسفه و کلام اسلامی* ۵۶، ش. ۱، صص ۱۱۵-۱۲۹.

_____ (۱۴۰۲د)، «منطق و معرفت‌بخشی در نظام‌های حاج‌حسینی»، *هستی و شناخت* ۱۶، ش. ۱، صص ۱-۱۲.

_____ (۱۴۰۲هـ)، «مبانی فلسفی نظام‌های حاج‌حسینی»، *حکمت معاصر* ۱۴، ش. ۱، صص ۳۱-۵۷.

_____ (۱۴۰۲و)، «ملاحظات تاریخی درباره نظام‌های منطقی حاج‌حسینی»، *شناخت* ۸۸، ش. ۱، صص ۱-۱۵۱.

۱۷۰.

Quine, W. O., (1970), *Philosophy of logic*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.